ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 FÉVRIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. LOUIS DE LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'absorption des radiations dans la basse atmosphère et le dosage de l'ozone.* Note [1] de MM. **Ch. Fabry** et **H. Buisson.**

L'étude de l'absorption que l'atmosphère terrestre exerce sur la lumière des astres conduit à cette conclusion que l'atmosphère contient une certaine quantité d'ozone, dont l'absorption explique l'absence des radiations de courte longueur d'onde dans le rayonnement que nous recevons [2].

D'autre part, les dosages chimiques dans la basse atmosphère n'indiquent qu'une quantité d'ozone très faible. Ce dernier résultat a été confirmé par une expérience réalisée par R. J. Strutt (Lord Rayleigh) en 1918 : Une source de lumière riche en radiations ultraviolettes (lampe à vapeur de mercure en quartz) est observée à une distance de quelques kilomètres et l'on étudie au moyen d'un spectrographe le rayonnement qui parvient à cette distance. Une quantité d'ozone un peu importante contenue dans l'air ferait disparaître la raie 2536, pour laquelle l'absorption par l'ozone est si forte qu'une couche de ce gaz pur ayant seulement 25 μ d'épaisseur réduit l'intensité à la moitié de sa valeur. La présence de cette radiation dans la lumière transmise à travers $6^{km},45$ d'air indique que la quantité d'ozone ne peut être que très faible.

---

(1) Séance du 16 février 1931.

(2) Un exposé de cette question se trouve dans l'ouvrage suivant : Ch. Fabry et H. Buisson, *L'absorption des radiations dans la haute atmosphère*, fascicule XI du *Mémorial des Sciences physiques*, Paris, 1930.

A ce résultat qualitatif on peut maintenant joindre de véritables dosages, en utilisant les mesures récemment faites de l'absorption des radiations dans la basse atmosphère par MM. Buisson, Jausseran et Rouard (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 808). Comme résultat de leurs mesures, ces auteurs donnent pour chaque longueur d'onde, la « densité optique » (¹) d'une couche de 1^{km}.

L'affaiblissement d'un faisceau de radiations à travers l'atmosphère tient, en partie, à la diffusion moléculaire, phénomène dont les lois sont connues. En corrigeant de cet effet les résultats des mesures on obtient les valeurs D données dans la deuxième colonne du tableau ci-après; ce sont, pour les diverses radiations étudiées, les valeurs de la densité optique de 1^{km} d'air dues aux causes d'affaiblissement autres que la diffusion moléculaire. Ces causes peuvent être énumérées de la manière suivante : absorption par l'ozone, éventuellement absorption par d'autres gaz, absorption ou diffusion par des particules autres que les molécules des gaz de l'air. De cet ensemble complexe il s'agit d'extraire ce qui est dû à l'ozone.

Longueur d'onde.	D. Densité de 1^{km}, purgée de la diffusion.	α. Coefficient d'abs. de l'ozone.	0,0022α.	*d*. D — 0,0022α.
5780......	0,03	0	0	0,03
5641......	0,03	0	0	0,03
4358......	0,03	0	0	0,03
4046......	0,03	0	0	0,03
3910......	0,04	0	0	0,04
3660......	0,04	0	0	0,04
3341......	0,04	0,06	0	0,04
3130......	0,05	0,94	0,002	0,048
3025......	0,05	3,6	0,008	0,042
2967......	0,055	7,8	0,017	0,038
2925......	0,07	13,6	0,030	0,040
2893......	0,085	20,5	0,045	0,040
2805.....	0,14	42,2	0,093	0,047
2752......	0,21	68	0,150	0,060
2699......	0,24	91	0,200	0,040
2633......	0,30	107	0,235	0,065
2536......	0,38	122	0,268	0,112
2482......	0,50	115	0,253	0,247

(¹) Rappelons que la « densité optique » d'une couche absorbante est définie par

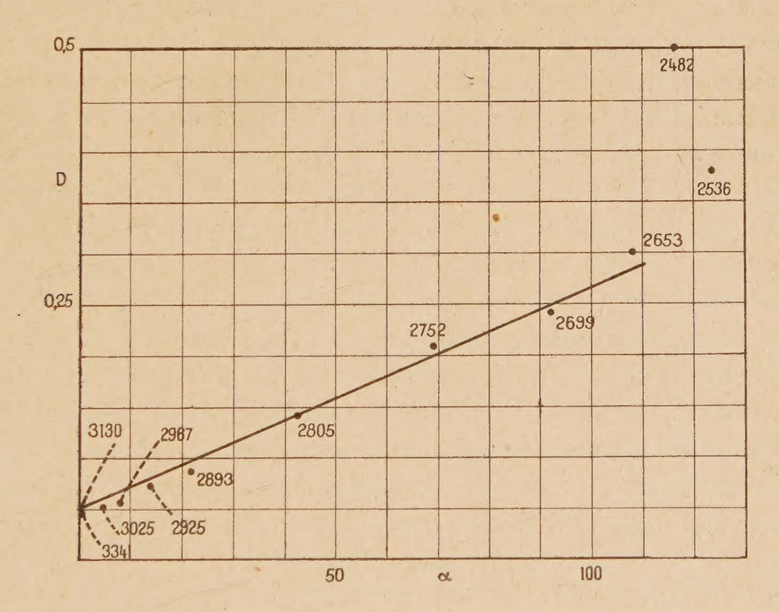
$$D = \log_{10} I_0/I,$$

en désignant par I_0 l'intensité incidente et par I l'intensité transmise.

Soit x l'épaisseur, exprimée en centimètres, d'ozone gazeux, ramené à la pression atmosphérique, qui existe dans 1^{km} d'air. Pour une radiation λ, soit α le coefficient d'absorption de l'ozone (densité optique de 1^{cm} de ce gaz pur). Si l'absorption par l'ozone existait seule (en plus de la diffusion moléculaire dont il a déjà été tenu compte), on aurait $D = \alpha x$. Si, en outre, une autre cause intervient, elle produit une « densité optique » d, et l'on aura

$$D = \alpha x + d. \quad (1)$$

Dans certains cas, on peut admettre que d doit être constant dans un certain intervalle spectral, par exemple si l'affaiblissement est produit par des particules grosses par rapport à la longueur d'onde.



Ce qui précède conduit à représenter les valeurs numériques sur un diagramme où l'on porte en abscisses les valeurs du coefficient d'absorption α de l'ozone, et en ordonnées les valeurs de D. Chaque observation y est représentée par un point, à côté duquel on peut inscrire la valeur de la longueur d'onde correspondante. La figure ci-dessus a été obtenue en utilisant les mesures citées plus haut.

On voit que les points correspondant aux longueurs d'onde comprises entre 3300 et 2650 environ se placent assez exactement sur une droite; dans cet intervalle, l'équation (1) est valable, en donnant à d une valeur constante et en prenant pour x (épaisseur d'ozone dans 1^{km}) la valeur

$0^{cm},0022$. Les résultats sont numériquement exprimés dans le tableau ci-dessus, où la troisième colonne donne les valeurs de α, la quatrième celles de $0,0022\,\alpha$, et la cinquième la valeur, tirée de (1), $d = D - 0,0022\,\alpha$. Cette quantité est sensiblement constante dans tout le spectre visible et dans l'ultraviolet jusque vers 2650. Tous ces résultats s'expliquent donc par une absorption uniforme superposée à celle que produit une couche d'ozone de $0^{cm},0022$ par kilomètre d'air.

Dans la région des petites longueurs d'onde ($\lambda < 2600$ environ), d augmente rapidement. L'augmentation devient extrêmement rapide pour les longueurs d'onde beaucoup plus petites, comme le montrent les nombres obtenus par Dawson, Granath et Hulburt (1); la quantité D (densité optique de 1^{km} d'air, corrigée de la diffusion moléculaire) atteint la valeur 3,3 pour la longueur d'onde 2200 et 9,7 pour 2050.

Cette absorption dans la région des petites longueurs d'onde est probablement due à l'oxygène. On connaît la très forte absorption exercée par ce gaz dans la région $\lambda < 2000$; en opérant sur un tube de 5^{m} rempli d'oxygène, Granath (2) a pu faire des mesures d'absorption jusqu'à 2100. Pour les longueurs d'onde plus grandes que cette limite, aucune absorption n'a pu être étudiée sur les faibles épaisseurs dont on dispose au laboratoire; mais, si l'on chauffe l'oxygène, le spectre d'absorption se développe rapidement vers les grandes longueurs d'onde (3), et à 1400° C. un spectre de bandes compliqué s'étend jusqu'à des longueurs d'onde supérieures à 2500 A. Il n'est pas impossible qu'à la température ordinaire subsiste un petit nombre des molécules qui, à haute température, donnent cette absorption, et qui manifesteraient leur action sur de très grandes épaisseurs.

Revenant à l'ozone, la valeur $x = 0^{cm},0020$ par kilomètre d'air correspond à une proportion d'ozone, en volume de $2,2.10^{-8}$, ou $3^{mg},6$ par 100^{kg} d'air, ou encore $4^{mg},3$ par 100^{m^3} d'air à 15°. Ces proportions très faibles sont bien de l'ordre de grandeur de celles que donnent les analyses chimiques.

Remarquons enfin que si l'atmosphère contenait, à toute altitude, la

---

(1) *Physical Review*, 34, 1929, p. 136. Les mesures ont été faites sur une épaisseur d'air de 400^{m} seulement; elles ne donnent un résultat précis que dans la région des très courtes longueurs d'onde, où l'absorption est forte.

(2) *Physical Review*, 34, 1929, p. 1045.

(3) FUCHTBAUER et HOLM, *Physikalische Zeitschrift*, 26, 1925, p. 345; MALAN, *Thèse de l'Université de Paris*, 1931.

même proportion d'ozone, l'épaisseur totale de ce gaz dans l'atmosphère terrestre serait de $0^{mm},18$, alors que les mesures sur l'absorption que subissent les radiations solaires donnent une valeur 20 fois plus grande; les hautes couches sont beaucoup plus riches en ozone que la basse atmosphère.

OPTIQUE. — *Sur la comparaison des effets de diffraction dans les télescopes et les lunettes.* Note de M. **Louis Roy.**

Considérons un télescope, dont le grand miroir a un diamètre D et sur lequel le petit miroir détermine par projection une obturation concentrique de diamètre aD ($a < 1$). On estime généralement que le seul effet nuisible, mais de peu d'importance, de cette obturation, comparativement à la lunette de même ouverture, est de réduire la luminosité dans le rapport $1 - a^2$ des surfaces libres. En réalité, cette obturation modifie d'une manière sensible les phénomènes de diffraction dans un sens généralement défavorable au point de vue des observations planétaires. Notre attention vient d'être attirée sur ce sujet par un article récent de M. William H. Pickering [*Reflectors versus Refractors* (*Popular Astronomy*, mars 1930)].

On sait tout d'abord que l'effet de l'obturation sur le solide de diffraction est de réduire l'éclairement au centre de la tache centrale dans le rapport $(1 - a^2)^2$ et de renforcer ou de réduire celui de certains anneaux, de sorte que l'éclairement des anneaux successifs cesse de décroître d'une façon régulière. Par exemple, le rapport des éclairements du premier anneau et de la tache centrale, qui est 0,0174 pour $a = 0$, s'élève à 0,0377 pour $a = \frac{1}{4}$ et à 0,0966 pour $a = \frac{1}{2}$. Il en résulte que le rapport des flux lumineux contenus dans les huit premiers anneaux et dans la tache centrale, qui est 0,1536 pour $a = 0$, s'élève à 0,3315 pour $a = \frac{1}{4}$ et à 0,9588 pour $a = \frac{1}{2}$.

L'obturation résultant de la présence du petit miroir accentue donc très notablement, même pour des valeurs modérées de a, l'éparpillement de la lumière autour de la tache centrale.

Cela posé, la considération du solide de diffraction permet aisément de comparer les visions au télescope ($a \neq 0$) et à la lunette supposée employée avec son objectif nu ($a = 0$). En ce qui concerne les étoiles, on sait depuis longtemps que l'obturation augmente le pouvoir séparateur et entraîne une

perte de magnitude; il nous suffira donc d'étudier le cas des surfaces planétaires. Mais comme celles-ci nous obligent à schématiser la variété de leurs aspects en quelques types simples, nous comparerons, dans les deux instruments, les images d'une tache grise circulaire sur fond lumineux (ombre d'un satellite de Jupiter ou oasis de Mars), d'une ligne grise sur fond lumineux (rainure lunaire), de deux lignes lumineuses parallèles sur fond gris, de deux plages inégalement lumineuses séparées par un bord rectiligne.

1. *Tache grise circulaire sur fond lumineux.* — Soient E_0 et E_1 ce que seraient les éclairements en un point du fond et de la tache si la diffraction n'existait pas; le rapport

$$C_1 = \frac{E_0 - E_1}{E_0}$$

peut être appelé le *contraste réel* de la tache sur le fond. Par suite de la diffraction, l'éclairement du fond reste sensiblement E_0 à grande distance de la tache, mais l'éclairement au centre de celle-ci devient $E > E_1$ et le rapport

$$C = \frac{E_0 - E}{E_0} \quad (1)$$

peut être appelé le *contraste apparent*.

On peut alors pour l'instrument (D, a), c'est-à-dire pour le télescope d'ouverture D et de rapport d'obturation a, construire la courbe de variation de C en fonction du rapport $\frac{\alpha}{p}$ du rayon angulaire α de la tache au pouvoir séparateur p de la lunette (D, o). Cette courbe part de l'origine et admet une asymptote d'ordonnée C_1; elle s'élève d'autant plus rapidement que a est plus petit et présente, à la traversée des premiers anneaux de diffraction, de légers ressauts d'autant plus prononcés que a est plus grand.

Considérons les deux courbes C(a) et C(o) correspondant respectivement aux valeurs a et zéro du rapport d'obturation. Par le rapport de leurs abscisses relatives à une même valeur de C, on calcule aisément le diamètre D′ de l'objectif nu qui donnerait, au centre de la même tache de rayon α, le même contraste apparent que l'instrument (D, a). On reconnaît ainsi que le rapport $\frac{D'}{D}$ varie beaucoup avec $\frac{\alpha}{p}$. Autrement dit, étant donné un télescope (D, a), l'ouverture D′ de la lunette (D′, o) équivalente au point de vue de la visibilité d'une tache grise sur fond lumineux, dépend essentiellement du diamètre de celle-ci. Voici, par exemple, pour $a = \frac{1}{4}$,

quelques valeurs de $\frac{D'}{D}$ en fonction de $\frac{\alpha}{p}$, avec les valeurs correspondantes de $\frac{C\left(\frac{1}{4}\right)}{C_1}$:

$\alpha : p$.....	0,25.	0,50.	1,00.	1,23.	1,50.
$D' : D$........	0,975	0,935	0,630	0,550	0,855
$C\left(\frac{1}{4}\right) : C_1$....	0,200	0,545	0,755	0,765	0,885

Pour $a = \frac{1}{2}$, les valeurs de $\frac{D'}{D}$ sont inférieures aux précédentes d'environ 0,15 jusqu'au voisinage du minimum qui a sensiblement lieu pour la même valeur 1,23 de $\frac{\alpha}{p}$; après quoi, le parallélisme est plus vague et l'accroissement de $\frac{D'}{D}$ bien moins rapide.

II. *Ligne grise sur fond lumineux.* — Nous supposons une ligne droite de largeur angulaire constante α; l'éclairement apparent E sur l'axe de la ligne et par suite le contraste apparent C se calculent aisément pour $a = 0$ et $a = \frac{1}{2}$, à l'aide des Tables données autrefois par Ch. André [1]. On peut ainsi construire par points les courbes de variation de C(0) et de $C\left(\frac{1}{2}\right)$ en fonction de $\frac{\alpha}{p}$; leur comparaison montre que l'obturation réduit le contraste, d'abord à peu près proportionnellement à la largeur de la ligne.

L'ouverture D' de la lunette (D', 0), donnant sur une ligne grise le même contraste apparent que le télescope $\left(D, \frac{1}{2}\right)$, se calcule comme précédemment et l'on trouve que la courbe de variation du rapport $\frac{D'}{D}$ en fonction de $\frac{\alpha}{p}$ entre les limites ci-après est sensiblement une droite. Pour $\alpha = 0,22\,p$, ce qui correspond à $\frac{C}{C_1} = 0,20$, soit peut-être au plus petit contraste perceptible donné par une ligne noire ($C_1 = 1$), $\frac{D'}{D}$ est égal à 0,835 pour tomber à 0,50 pour $\alpha = 1,58\,p$.

III. *Deux lignes lumineuses parallèles sur fond gris.* — Nous supposons deux droites sans épaisseur distantes de α, uniformément et également

[1] Ch. André, *Étude sur la diffraction dans les instruments d'optique* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 2e série, 5, 1876, p. 313 et 335).

lumineuses. Sur la ligne équidistante des deux droites données, E se calcule aisément pour $a = 0$ et $a = \frac{1}{2}$ à l'aide des Tables d'André [1] et l'on en déduit par (1) le contraste apparent par rapport aux deux droites, dont E_0 désigne alors l'éclairement apparent. La comparaison des courbes C(0) et $C\left(\frac{1}{2}\right)$ montre que le contraste est d'abord plus accusé au télescope qu'à la lunette; il y a égalité de contraste aux deux instruments quand la distance des deux lignes atteint 1,25 p, après quoi l'avantage revient à la lunette. Il en résulte qu'entre les limites 0,67 et 1,66 de $\frac{\alpha}{p}$, le rapport $\frac{D'}{D}$ défini comme précédemment décroît de 1,17 à 0,76 en passant par la valeur 1 pour $\alpha = 1,25\,p$.

IV. *Plages inégalement lumineuses séparées par un bord rectiligne.* — Ce cas ne peut être traité avec la même précision que les précédents, car il faut une convention pour fixer la largeur de la bande dégradée qu'introduit la diffraction à la place de la ligne séparative. L'obturation est ici toujours défavorable.

En définitive le télescope, par suite de son obturation centrale, est inférieur à la lunette de même ouverture pour distinguer des points ou des lignes sombres sur fond lumineux ou pour apprécier de faibles contrastes entre plages contiguës, ce qui est le cas le plus fréquent dans les observations planétaires. Quant à sa supériorité pour la séparation de points lumineux ou de lignes lumineuses sur fond sombre, elle est fictive, puisqu'il est toujours possible de masquer le centre d'un objectif. En outre, un télescope donné n'est pas équivalent à une lunette d'ouverture déterminée, puisque cette ouverture dépend essentiellement de la nature et de la grandeur de l'objet observé.

M. **J. Costantin** fait hommage à l'Académie d'une Note qu'il vient de publier dans les *Annales des Sciences naturelles* (*Actualités biologiques*) : *L'action du radium et des rayons X*. Les résultats exposés, dus à l'école américaine, sont très importants; ils établissent avec certitude l'influence des facteurs cosmiques sur le plasma germinal, c'est-à-dire la substance héréditaire, ce qui est capital au point de vue du lamarckisme.

---

[1] Ch. André, *loc. cit.*, p. 309 et 331.

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie du Tome III de son Traité sur *la trempe*, *le recuit et le revenu* des produits métallurgiques.

Le Tome I étudie la théorie de ces traitements;

Le Tome II, la pratique;

Le Tome III, qui paraît aujourd'hui, donne les résultats pour tous les produits métallurgiques actuellement utilisés.

Ce Tome comprend de nombreuses micrographies.

NOMINATIONS.

MM. **É. Picard**, **Ch. Lallemand**, **R. Bourgeois**, **G. Ferrié**, **G. Perrier**, **H. Abraham** sont délégués à l'Assemblée du *Conseil international de recherches*, qui se tiendra le 11 juillet à Bruxelles.

M. **Ch. Fabry** est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du *Centenaire de la découverte de l'induction par Michael Faraday*, à Londres, le 21 septembre 1931.

MM. **J. Perrin** et **A. Cotton** sont désignés pour représenter l'Académie à la célébration du *Centenaire de la naissance de James Clerk Maxwell*, à Cambridge, les 1er et 2 octobre 1931.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire de *Chimie agricole et biologique* vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers par suite du décès de M. *A.-Th. Schlœsing* :

Pour la première ligne, M. *M. Javillier* obtient 48 suffrages contre 2 à M. *E. Aubel* et 1 à M. *M. Lemoigne*.

Pour la seconde ligne, M. *E. Aubel* obtient 29 suffrages contre 16 à M. *M. Lemoigne*.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne.................... M. **Maurice Javillier**,
En seconde ligne.................... M. **Eugène Aubel**.

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Pelseneer**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Cours de l'École polytechnique. Cours de Physique*, par A. Lafay. Tome II : *Thermodynamique — Optique*. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

2° *Les bases fondamentales de la métrologie pondérale dans l'antiquité*, par C. Soutzo. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

GÉOMÉTRIE. — *Contribution à l'étude de la courbe de poursuite.* Note de M. **V. Lalan**.

1. Dans un Mémoire présenté à l'Académie en 1732, Bouguer [1] a donné le nom de *ligne de poursuite* à la trajectoire d'un vaisseau qui en poursuit un autre, en supposant que ce dernier s'enfuit en ligne droite et que le rapport des deux vitesses est constant. Étudiée successivement par Maupertuis [2], Thomas de Saint-Laurent [3], Ch. Sturm [4], Querret [5], cette courbe est aujourd'hui classique. Le but de cette Note est d'établir certaines formules qui nous paraissent nouvelles et que nous avons le dessein d'utiliser dans un autre domaine que la géométrie.

Nous appellerons H le mobile qui fuit avec la vitesse v, et nous prendrons sa trajectoire pour axe Ox, que nous orienterons dans le sens de son mouvement. Le poursuivant sera désigné par M, sa vitesse par c et le rapport $v : c$ par β, supposé inférieur à l'unité.

L'équation différentielle de la trajectoire de M s'écrit, en posant $\frac{dx}{dy} = p$

---

(1) *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1732, p. 1-14.

(2) *Ibid.*, p. 15-16.

(3) *Annales de Gergonne*, 13, 1822, p. 145-163 et 289-304.

(4) *Ibid.*, p. 289-304.

(5) *Ibid.*, p. 389-393.

et en supposant y négatif

$$d(x-py)=\beta\sqrt{1+p^2}\,dy.$$

Une première intégration donne

$$(1)\qquad p+\sqrt{1+p^2}=\left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta},$$

d'où

$$(2)\qquad 2p=\left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta}-\left(\frac{y}{K}\right)^{\beta}$$

et

$$(3)\qquad 2\sqrt{1+p^2}=\left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta}+\left(\frac{y}{K}\right)^{\beta}.$$

2. Appelons O le point où M atteint H. La longueur s de l'arc MO a pour expression, d'après (3),

$$s=-\frac{K}{2}\left[\frac{1}{1-\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1-\beta}+\frac{1}{1+\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1+\beta}\right].$$

Si nous désignons par φ l'angle du vecteur MH avec Ox, c'est-à-dire l'angle des deux vitesses, la relation (1) nous donne

$$\left(\frac{y}{K}\right)^{-\beta}=\frac{1+\cos\varphi}{\sin\varphi}\qquad\text{et}\qquad\left(\frac{y}{K}\right)^{\beta}=\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi},$$

ce qui nous permet d'écrire

$$(4)\qquad s=-\frac{y}{1-\beta^2}\,\frac{1+\beta\cos\varphi}{\sin\varphi},$$

ou encore, puisque $\mathrm{MH}=-\dfrac{y}{\sin\varphi}$,

$$(5)\qquad s=\frac{\mathrm{MH}}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi).$$

Indiquons à titre de comparaison que, si M s'était dirigé de façon à atteindre H par une ligne droite, la jonction se serait produite au point O′ tel que $\mathrm{HO}'=\beta\,\mathrm{MO}'$ et la trajectoire de M aurait eu pour longueur

$$\mathrm{MO}'=\frac{\mathrm{MH}}{1-\beta^2}\left(\sqrt{1-\beta^2\sin^2\varphi}+\beta\cos\varphi\right).$$

3. Imaginons un nombre quelconque de mobiles A, B, C, D, ... placés

initialement aux sommets d'une ligne polygonale et se déplaçant tous parallèlement à une même droite avec la vitesse v. Soit de plus un mobile M, animé de la vitesse c, qui, placé d'abord en A, atteint B par une ligne de poursuite, puis se dirige aussitôt vers C, qu'il atteint par une seconde ligne de poursuite, etc.

La somme des longueurs des lignes de poursuite sera, par application de la formule (5) :

$$\frac{AB}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi_1)+\frac{BC}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi_2)+\frac{CD}{1-\beta^2}(1+\beta\cos\varphi_3)+\ldots$$
$$=\frac{1}{1-\beta^2}[(AB+BC+CD+\ldots)+\beta(ab+bc+cd+\ldots)],$$

ab, bc, cd, ... désignant les projections de AB, BC, CD, ... sur la direction de la vitesse d'ensemble v. En particulier, si la ligne polygonale est *fermée* et a pour longueur L, la longueur de la trajectoire totale du point M est *indépendante de la direction de* v, aussi bien que de la forme de la ligne, et égale à $\frac{L}{1-\beta^2}$. Ce résultat nous paraît digne d'attention.

4. Les différentes lignes de poursuite qui atteignent H au point O sont représentées, si nous prenons O pour origine des abscisses, par l'équation

$$(6)\qquad \frac{x}{K}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1-\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1-\beta}-\frac{1}{1+\beta}\left(\frac{y}{K}\right)^{1+\beta}\right],$$

qui s'obtient en intégrant (2). On voit que les courbes en question sont homothétiques par rapport au point de jonction O. Si l'une d'elles coupe la droite $y=\lambda x$ au point A, une autre au point B, *les arcs de courbe* AO et BO *sont proportionnels aux cordes* AO et BO.

5. La formule (6) devient, si l'on utilise l'angle φ défini au n° 2,

$$(7)\qquad x=\frac{y}{1-\beta^2}\,\frac{\beta+\cos\varphi}{\sin\varphi}.$$

L'élimination de φ entre (4) et (7) donne

$$(8)\qquad x^2+\frac{y^2}{1-\beta^2}=s^2;$$

par conséquent, les différentes courbes de poursuite aboutissant en O et ayant une longueur donnée s ont leur origine sur une ellipse de centre O, de demi-grand axe égal à s, d'excentricité β. La distance d'un foyer au centre

est égale à βs, c'est-à-dire au chemin parcouru par H pendant que M parcourt l'arc s. Donc, quand le mobile M était sur l'ellipse (8), le point H se trouvait à l'un des foyers. Si l'on envisage le problème de la poursuite non plus dans le plan, mais dans l'espace, l'ellipse (8) doit être remplacée par un ellipsoïde de révolution autour de Ox, allongé dans la proportion de 1 à $1 : \sqrt{1-\beta^2}$.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur les congruences de courbes.* Note de M. **Paul Delens.**

En complétant d'importantes recherches de M. C. E. Weatherburn, nous obtenons les tenseurs, vecteurs et scalaires fondamentaux pour les propriétés différentielles du second ordre d'une congruence de courbes; ainsi se trouvent généralisés des résultats intéressants, établis par M. Weatherburn et nous-même pour les familles de courbes d'une surface [1].

1. Une courbe de la congruence (a) a en m un vecteur unitaire tangent a; avec un repère unitaire normal $\mathbf{m a a_1 a_2}$, nous employons les formules connues du déplacement à trois paramètres; le tenseur dérivé de a est

$$\mathcal{T} = \nabla \mathbf{a} = \mathbf{c}_1 \mathbf{a}_2 - \mathbf{c}_2 \mathbf{a}_1; \tag{1}$$

les formules analogues pour $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$ contiennent un nouveau vecteur $\mathbf{c}$; par rotation de α autour de $\mathbf{a}$, $\mathbf{c}_1$ et $\mathbf{c}_2$ subissent une rotation affine, $\mathbf{c}$ est diminué de grad $\alpha = \nabla\alpha$; $\mathbf{c}$, $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$ sont des fonctions homographiques de $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, mais nous considérons seulement ici l'homographie dégénérée

$$\mathcal{M} = \nabla \mathbf{a} \wedge \mathbf{a} = \mathbf{c}_1 \mathbf{a}_1 + \mathbf{c}_2 \mathbf{a}_2 \tag{2}$$

entre $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ et $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$; $\mathcal{M}$ et les tenseurs analogues $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$ sont liés simplement à l'homographie de la rotation du trièdre. Des relations

$$\mathcal{T} = -\mathcal{M} \wedge \mathbf{a}, \quad \mathcal{M} = \mathcal{T} \wedge \mathbf{a} \tag{3}$$

découlent celles entre les parties symétriques, vectorielles, et les scalaires

---

[1] C. E. Weatherburn, *Differential Geometry of three dimensions*, I, II (Cambridge, 1927, 1930). Nous rectifions une légère erreur de l'auteur (II, p. 222 et suiv.). — P. Delens, *Méthodes et problèmes des géométries différentielles*... (Paris, 1927). — Cf. aussi *Analisi vettoriale generale*, I, II (Bologne, 1929, 1930) de MM. Burali-Forti, Marcolongo, Burgatti, Boggio.

de ces tenseurs; ces scalaires et *vectoriels* (¹) sont

$$(4)\qquad \begin{cases} \mathcal{T}_\times = \operatorname{div}\mathbf{a} = \mathrm{D}, & \mathcal{M}_\times = \mathbf{a}\times\operatorname{rot}\mathbf{a} = \mathrm{N}, \\ \mathcal{T}_\wedge = \operatorname{rot}\mathbf{a} = \mathbf{r}, & \mathcal{M}_\wedge = -(\mathbf{a}\operatorname{div}\mathbf{a} + \mathbf{a}\wedge\operatorname{rot}\mathbf{a}) = \mathbf{w}; \end{cases}$$

$\mathcal{T}$ et $\mathcal{M}$ ont même tenseur réciproque

$$(5)\qquad \overset{\wedge}{\mathcal{T}^2} = \overset{\wedge}{\mathcal{M}^2} = \mathbf{ea}, \qquad \mathbf{e} = \operatorname{rot}\mathbf{c} = \mathbf{c}_1\wedge\mathbf{c}_2,$$

et la condition d'intégrabilité pour $\mathcal{M}$ est

$$(6)\qquad \operatorname{rot}\mathcal{M} + 2\overset{\wedge}{\mathcal{M}^2} = 0 \qquad \left(\text{avec } \overset{\wedge}{\mathcal{M}^3} = 0\right).$$

Les scalaire et vectoriel de $\mathbf{ea}$ sont

$$(7)\qquad \mathbf{e}\times\mathbf{a} = k, \qquad \mathbf{e}\wedge\mathbf{a} = \mathcal{T}(k\mathbf{b}) = \mathcal{T}\mathbf{r} = \mathbf{r}\mathcal{T} = \mathcal{M}(k\mathbf{p}) = \mathcal{M}\mathbf{w} = \mathbf{w}\mathcal{M}$$

[$\mathbf{p}$, $\mathbf{b}$, k normale principale, binormale et courbure de $(\mathbf{a})$], d'où

$$(8)\qquad \mathbf{e} = \mathrm{K}\mathbf{a} + \mathbf{w}\mathcal{T} = \mathrm{K}\mathbf{a} - \mathbf{r}\mathcal{M}.$$

Le vecteur $\mathbf{e}$ définit la congruence des courbes isoclines de $(\mathbf{a})$; les congruences à surfaces isoclines, $\mathbf{e} = 0$, forment une classe importante; sauf dans ce dernier cas, on peut inverser les homographies dégénérées précédentes, entre vecteurs des plans normaux à $\mathbf{a}$ et $\mathbf{e}$.

Les trajectoires orthogonales des courbes $(\mathbf{a})$ forment un ensemble de courbes, généralement non stratifié en surfaces, qui conserve la plupart des propriétés de la théorie des surfaces; on peut garder les mêmes désignations : asymptotiques, lignes de courbure, courbure totale K, courbure moyenne $-\mathrm{D}/2$, etc. Une importante relation établie par M. Weatherburn subsiste encore

$$(9)\qquad -\operatorname{div}\mathbf{w} = 2\mathrm{K} = \mathbf{a}\times\underset{2}{\Delta}\mathbf{a} + \mathrm{D}^2 + \mathrm{N}^2 + k^2.$$

Les équations principales de $\mathcal{T}$ et $\mathcal{M}$ sont

$$(10)\qquad \mathcal{T}^3 - \mathrm{D}\mathcal{T}^2 + \mathrm{K}\mathcal{T} = 0, \qquad \mathcal{M}^3 - \mathrm{N}\mathcal{M}^2 + \mathrm{K}\mathcal{M} = 0,$$

et les combinaisons les plus utiles

$$(11)\qquad \mathcal{Q} = \mathcal{T}\tilde{\mathcal{T}} = \mathcal{M}\tilde{\mathcal{M}} = \mathbf{c}_1^2 + \mathbf{c}_2^2, \qquad \text{scalaire } \mathcal{Q}_\times = -\mathbf{a}\times\underset{2}{\Delta}\mathbf{a},$$

$$(12)\qquad \mathcal{E} = \mathcal{T}\tilde{\mathcal{M}} = -\mathcal{M}\tilde{\mathcal{T}} = [\mathbf{c}_1\mathbf{c}_2], \qquad \text{vectoriel } \mathcal{E}_\wedge = 2\mathbf{e}.$$

(¹) Les symboles employés pour les opérations scalaire, vectorielle, la transposition et la symétrie, soit $\times$, $\wedge$, $\sim$, $\frown$, sont placés au-dessus des lettres, entre elles, ou en indices, selon qu'il est commode; le symbole $\times$ a été omis entre homographies, ou entre vecteur et homographie.

2. A $\mathcal{T}$, $\mathcal{M}$, $\mathcal{Q}$ se rattachent les trois formes différentielles fondamentales

$$(\text{avec } \mathrm{I} = d\mathbf{m} \times d\mathbf{m}), \qquad \mathrm{II} = d\mathbf{m} \times d\mathbf{a}, \qquad \mathrm{III} = [d\mathbf{m} . d\mathbf{a} . \mathbf{a}], \qquad \mathrm{IV} = d\mathbf{a} \times d\mathbf{a}.$$

On définit la *tendance* $\mathrm{T} = \mathrm{II}/\mathrm{I}$ et le *moment* (réduit) $\mathrm{M} = \mathrm{III}/\mathrm{I}$ pour un déplacement $d\mathbf{m}$; pour une trajectoire orthogonale, T et M sont les opposés des courbure et torsion normales. Les formes II et III ne font intervenir que les tenseurs symétriques $\widehat{\mathcal{T}}$ et $\widehat{\mathcal{M}}$ attachés aux cônes élémentaires de tendance nulle et de moment nul (ou de Malus); ces cônes se coupent orthogonalement suivant $\mathbf{a}$, le plan rectifiant et le plan osculateur de ($\mathbf{a}$) étant respectivement leurs plans tangents; leur intersection comprend encore $\mathbf{e}$ et deux vecteurs dans les plans isotropes menés par $\mathbf{a}$. Les cônes supplémentaires de $\widehat{\mathcal{T}}$ et $\widehat{\mathcal{M}}$ sont donnés par les tenseurs

$$2\mathbf{ea} + 2\mathbf{ae} - \mathbf{r}^2, \quad 2\mathbf{ea} + 2\mathbf{ae} - \mathbf{w}^2 \tag{13}$$

et les discriminants sont proportionnels à $[\mathbf{are}]^2$ et $[\mathbf{awe}]^2$; or

$$[\mathbf{are}] = \mathbf{r}\mathcal{T}\mathbf{r}, \qquad [\mathbf{awe}] = \mathbf{w}\mathcal{M}\mathbf{w}. \tag{14}$$

Il s'ensuit que les conditions pour que l'un ou l'autre des cônes soit équilatère, tangent au plan normal à $\mathbf{a}$, dégénéré, sont (successivement)

$$\begin{matrix} \mathrm{D} = 0, & 4\mathrm{K} - \mathrm{N}^2 = 0, & [\mathbf{are}] = 0, \\ \mathrm{N} = 0, & 4\mathrm{K} - \mathrm{D}^2 = 0, & [\mathbf{awe}] = 0. \end{matrix} \tag{15}$$

Le problème des champs à directions asymptotiques indéterminées, par exemple, est ramené à la discussion du système $4\mathrm{K} - \mathrm{N}^2 = 0$, $[\mathbf{are}] = 0$. Nous reviendrons sur d'autres applications, nous étant contenté ici de résumer les formules fondamentales.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains problèmes concernant des systèmes d'équations du type elliptique.* Note de M. **Georges Giraud**.

Considérons les m' opérations du type elliptique

$$\mathcal{F}_\lambda(u_1, u_2, \ldots, u_{m'}) = \sum_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 u_\lambda}{\partial x_\alpha \, \partial x_\beta} + \sum_{\mu,\alpha} b_{\lambda,\mu,\alpha} \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\alpha} + \sum_\mu c_{\lambda,\mu} u_\mu$$
$$(\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, m; \lambda, \mu = 1, 2, \ldots, m')$$

qui seront désignées abréviativement par $\mathcal{F}_l u_l$. Posons, pour la frontière

d'un domaine borné et ouvert $\mathcal{D}$,

$$\Theta_\lambda u_j = \sum_{\alpha,\beta} \varpi_\alpha a_{\alpha,\beta} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\beta} + \sum_\mu \psi_{\lambda,\mu} u_\mu;$$

les ϖ_α sont les cosinus directeurs de la normale extérieure. Partageons cette frontière en deux parties $\mathcal{S}$ et $\mathcal{C}$, dont chacune comprend des multiplicités fermées, à $m-1$ dimensions, en nombre quelconque; ces multiplicités sont deux à deux sans points communs. On peut se proposer de trouver m' fonctions u_λ telles que, dans $\mathcal{D}$, $\mathcal{F}_\lambda u_j = f_\lambda$, pendant que, sur $\mathcal{S}$, $u_\lambda = \varphi_\lambda$ et que, sur $\mathcal{C}$, $\Theta_\lambda u_j = \omega_\lambda$ $(\lambda = 1, 2, \ldots, m')$, les f_λ, φ_λ, ω_λ étant des fonctions données. Si l'on admet que $\mathcal{S}$ ou $\mathcal{C}$ puisse se réduire à zéro, on reconnaît que ce problème comprend comme cas particuliers les problèmes généralisés de Neumann et de Dirichlet, dans le cas où $m' = 1$ (¹). La solution est aussi tout à fait analogue, au moins si l'on se borne au cas où certaines hypothèses de régularité sont satisfaites (²).

Considérons en outre, pour cela, les opérations

$$\mathcal{G}_\lambda u_j = \sum_{\alpha,\beta} \frac{\partial}{\partial x_\beta}\left(a_{\alpha,\beta}\frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\alpha}\right) - \sum_{\mu,\alpha} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}(e_{\mu,\lambda,\alpha} u_\mu) + \sum_\mu c_{\mu,\lambda} u_\mu,$$

$$Z_\lambda u_j = \sum_{\alpha,\beta} \varpi_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\beta}(a_{\alpha,\beta} u_\lambda) + \sum_\mu \left(\psi_{\mu,\lambda} - \sum_\alpha b_{\mu,\lambda,\alpha}\varpi_\alpha\right) u_\mu$$

$$\left[e_{\lambda,\mu,\alpha} = b_{\lambda,\mu,\alpha}\ (\mu \neq \lambda);\ e_{\lambda,\lambda,\alpha} = b_{\lambda,\lambda,\alpha} - \sum_\beta \frac{\partial a_{\alpha,\beta}}{\partial x_\beta}\right].$$

On reconnaît que, si les dérivées secondes des u_λ et des v_λ existent et sont bornées dans $\mathcal{D}$,

$$\int_{\mathcal{D}}^{(m)} \sum_\lambda (v_\lambda \mathcal{F}_\lambda u_j - u_\lambda \mathcal{G}_\lambda v_j)\, dV = \int_{\mathcal{S}}^{(m-1)} \sum_\lambda (v_\lambda \Theta_\lambda u_j - u_\lambda Z_\lambda v_j)\, dS,$$

et il y a aussi une formule relative à

$$\int^{(m)} \sum_\lambda u_\lambda \mathcal{F}_\lambda u_j\, dV, \quad \text{si } \psi_{\lambda,\mu} = \sum_\alpha \theta_{\lambda,\mu,\alpha}\varpi_\alpha.$$

(¹) *Annales de l'École Normale supérieure*, **47**, 1930, p. 197-266. Certains cas du problème relatif à m' quelconque ont été considérés par M. Nicolas Ciorănescu, *Le problème de Dirichlet pour les systèmes d'équations aux dérivées partielles du second ordre* (*Thèse*, Paris, 1929).

(²) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1110-1112. On notera qu'un changement d'inconnue $u = vw$ introduit, pour certains problèmes de cette dernière Note, des équations aux dérivées partielles qui faisaient d'abord défaut.

Si la forme quadratique, relative aux u_λ et à leurs dérivées,

$$Q = -\sum_{\lambda,\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\alpha} \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\beta} + \sum_{\lambda,\mu,\alpha} b_{\lambda,\mu,\alpha} u_\lambda \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\alpha} + \sum_{\lambda,\mu} c_{\lambda,\mu} u_\lambda u_\mu$$

est définie négative, ou si elle le devient quand on lui ajoute $\sum_{\lambda,\alpha} g_\alpha u_\lambda \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_\alpha}$ où les g_α sont certaines fonctions de X, et si les f_λ sont nuls, la somme $\sum_\lambda u_\lambda^2$ ne peut atteindre de maximum positif à l'intérieur de $\mathcal{D}$; si les f_λ sont quelconques, cette somme ne peut atteindre dans $\mathcal{D}$ de maximum supérieur à une quantité connue [1].

On peut démontrer (plus simplement que dans ce qui a été publié pour $m' = 1$) que, moyennant certaines hypothèses sur les coefficients, il existe des fonctions $G_{\lambda,\mu}(X, \Xi)(\lambda, \mu = 1, 2, \ldots, m')$ telles que, si X tend vers Ξ et si, pour abréger, $m > 3$,

$$G_{\lambda,\mu}(X, \Xi) = O[L^{3-m}(X, \Xi)] (\mu \neq \lambda), \qquad G_{\lambda,\lambda}(X, \Xi) = O[L^{2-m}(X, \Xi)],$$

telles en outre que ces fonctions tendent vers zéro de façon exponentielle si $L(X, \Xi)$ croît indéfiniment et que

$$\mathcal{F}_\lambda G_{j,\mu}(X, \Xi) = 0, \qquad \mathcal{G}_\mu G_{\lambda,j}(X, \Xi) = 0,$$

l'opération $\mathcal{F}_\lambda$ portant sur X et $\mathcal{G}_\lambda$ sur Ξ. On peut dire que les $G_{\lambda,\mu}$ forment un *système élémentaire principal* de solutions. Les propriétés déjà établies pour les potentiels de domaine, de simple couche et de double couche, s'étendent à des expressions analogues formées à l'aide des $G_{\lambda,\mu}$, et il n'y a aucune difficulté à s'en servir pour résoudre la question posée au commencement : on peut former un système d'équations de Fredholm qui fournit toutes les solutions (quand elles existent) et chacune une seule fois. En particulier si le problème homogène correspondant au problème donné n'a que la solution zéro, le problème donné a une solution et une seule; cela arrive notamment si la forme Q est définie négative dans $\mathcal{D}$ et si en outre la forme quadratique $\sum_{\lambda,\mu} \psi_{\lambda,\mu} u_\lambda u_\mu$ est définie positive sur $\mathcal{C}$.

---

[1] Le procédé alterné de Schwarz et de M. Picard est valable pour ces systèmes d'équations.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur deux conceptions de l'ensemble limite d'une collection infinie d'ensembles ponctuels.* Note [1] de MM. **Georges Durand** et **Gaston Rabaté.**

Les formes de la notion d'*ensemble limite* qui vont nous occuper mettent en jeu les relations de *voisinage* entre ensembles, ce qui les distingue de la notion d'ensemble limite complet et d'ensemble limite restreint, dues à M. Émile Borel et reprises par M. de la Vallée Poussin [2].

Dans sa belle Thèse sur les fonctions multiformes [3], M. Florin Vasilesco, envisageant une *suite* Σ d'ensembles, a considéré, sous le nom d'*ensemble* E *défini par la suite*, une notion identique à celle d'*ensemble d'accumulation* introduite par S. Janiszewski pour une collection infinie d'ensembles [4], qu'elle soit ou non dénombrable.

M. Florin Vasilesco a donné en outre, pour une *suite* Σ d'ensembles fermés et bornés, une notion de l'*ensemble limite* que nous allons comparer à la définition correspondante de Janiszewski pour une collection d'ensembles fermés et bornés tous intérieurs à une même sphère.

Rappel des définitions. — Indiquons d'abord la définition de l'*ensemble d'accumulation* $\mathcal{H}$ donnée par Janiszewski (*Thèse*, p. 15), notion que M. Vasilesco a retrouvée pour une *suite* d'ensembles, sous le nom *ensemble défini par cette suite*.

La définition de $\mathcal{H}$ peut s'énoncer ainsi :

Soit $\{\mathcal{M}_\alpha\}$ une *collection* infinie d'ensembles $\mathcal{M}_\alpha$; l'ensemble des points H tels qu'il existe une infinité d'ensembles $\mathcal{M}_\alpha$ distants de H de moins de $\varepsilon > 0$ arbitrairement petit, est son ensemble d'accumulation $\mathcal{H}$ (on voit immédiatement que $\mathcal{H}$ est fermé et jamais vide).

Occupons-nous maintenant de l'ensemble limite $\mathcal{L}_J$ au sens de Janiszewski; et de l'ensemble limite $\mathcal{L}_V$ au sens de Vasilesco.

Par définition, $\mathcal{L}_J$ est l'ensemble des points L tels qu'il n'existe qu'un

---

(1) Séance du 16 février 1931.

(2) De la Vallée Poussin, *Intégrales de Lebesgue, Fonctions d'ensembles, Classes de Baire*, n° 10, p. 9.

(3) Florin Vasilesco, *Essai sur les fonctions multiformes de variables réelles* (*Thèse*, Paris, 1925, p. 6 et suiv.).

(4) S. Janiszewski, *Sur les continus irréductibles entre deux points* (*Thèse*, Paris, 1911, p. 16 et suiv.).

nombre fini d'ensembles de la collection distants de L de plus de $\varepsilon > 0$ arbitrairement petit.

$\mathcal{L}_J$ est fermé et peut être vide. On a $\mathcal{L}_J \subset \mathcal{H}$.

Rappelons maintenant la définition de $\mathcal{L}_V$ (VASILESCO, *Thèse*, p. 7). On dit que la suite d'ensembles fermés et bornés

$$E_1, \quad E_2, \quad \ldots, \quad E_p, \quad \ldots$$

tend vers l'ensemble E, lorsqu'elle tend vers E à ε près, quel que soit ε. Et l'on dit qu'elle tend à ε près vers E lorsque, quel que soit $\varepsilon' > \varepsilon$, il y a, dans chacune des sphères de rayon ε' centrées sur E, un point de chaque ensemble E_p à partir d'un certain indice n variable avec la sphère envisagée, et que tous les points des ensembles de la suite, à partir d'un certain rang, sont compris dans $E_{(\varepsilon')}$, résultat de la construction de Cantor-Minkowski effectuée sur E avec le rayon ε'.

Il est facile, en comparant sur les exemples traités par Janiszewski, page 17, n°s 4 et 6, les ensembles $\mathcal{L}_J$ et $\mathcal{L}_V$, de voir qu'ils ne sont pas nécessairement identiques.

Des recherches indépendantes nous ont simultanément conduits au théorème suivant :

THÉORÈME. — *Étant donnée une suite infinie d'ensembles* E_1, E_2, …, E_p, …, *pour que* $\mathcal{L}_V$ *existe, il faut et il suffit que* $\mathcal{L}_J$ *et* $\mathcal{H}$ *soient identiques.* Et alors, $\mathcal{L}_V \equiv \mathcal{L}_J$.

Par suite, dès qu'on aura reconnu l'existence d'un point appartenant à $\mathcal{H}$, mais non à $\mathcal{L}_J$, on pourra, d'après ce théorème, affirmer que $\mathcal{L}_V$ est vide.

Il est intéressant de constater qu'on peut, partant d'un cas où $\mathcal{H} \equiv \mathcal{L}_J$, faire subir aux ensembles de la suite envisagée (et, par répercussion, aux ensembles $\mathcal{H}$ et $\mathcal{L}_J$ de cette suite) une modification infime, qui anéantisse cependant $\mathcal{L}_V$.

Pour cela, considérons les cercles

$$(\Gamma_n) \qquad x^2 + y^2 \leq \left(2 - \frac{1}{n}\right)^2;$$

dont les circonférences ont leur $\mathcal{H}$ et leur $\mathcal{L}_J$ confondus avec la circonférence $x^2 + y^2 = 4$, donc aussi leur $\mathcal{L}_V$.

Introduisons les cercles

$$(\gamma_n) \qquad \left(x - 2 + \frac{1}{n}\right)^2 + y^2 \leq \varepsilon^2,$$

et considérons la suite

$$C_1\, C'_2\, C'_3\, C''_4\, C'_5\, C''_6, \quad \ldots,$$

en désignant par C'_n le contour du domaine $\Gamma_n - \gamma_n$ et par C''_n le contour du domaine $\Gamma_n + \gamma_n$.

Cette suite a son $\mathcal{H}$ constitué par le cercle arbitrairement petit $\mathcal{C}_1$

$$(x-2)^2 + y^2 = \varepsilon^2,$$

et la partie $\mathcal{C}_2$ du cercle $x^2 + y^2 = 4$ extérieure au précédent.

$\mathcal{L}_J$ est constituée par la partie $\mathcal{C}_2$ du cercle $x^2 + y^2 = 4$.

$\mathcal{L}_V$ a évidemment disparu.

La perturbation exercée sur nos ensembles de rang élevé peut être localisée à une région de diamètre arbitrairement réduit, et tandis qu'elle anéantit $\mathcal{L}_V$, elle n'influence que localement $\mathcal{L}_J$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Remarques sur le théorème de M. Borel dans la théorie des fonctions méromorphes.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

M. Calugaréano [1] donne une intéressante généralisation du théorème de M. Borel sur les zéros des fonctions méromorphes. Sa proposition se rattache aux considérations que j'avais développées en 1921 et 1922 [2], et qui ont été étendues par M. Nevanlinna. On peut faire à ce sujet les remarques suivantes.

1. En se bornant à l'ordre fini et en employant les notations connues, on sait que

$$(1) \qquad (1-\varepsilon)\,N(r, x) < T(r) < (1+\varepsilon)[N(r, a) + N(r, b) + N(r, c)],$$

ε étant positif arbitraire, a, b, c distincts, x fixe quelconque et r assez grand. $U(r)$ étant une fonction croissante, à dérivée (à droite et à gauche) inté-

---

[1] *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 329-330. L'énoncé de M. Calugaréano me semble plutôt donner une proposition complémentaire qu'une généralisation du théorème de M. Borel.

[2] *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1226-1227; **174**, 1922, p. 1054-1056; *Bulletin des Sciences math.*, **45**, 1921, p. 258-270. Au nº 7 de ce Mémoire j'indique brièvement le genre de généralisation dont il va être question ci-dessous; il a été développé par Miss Collier dans une Thèse présentée pour le Doctorat de l'Université de Strasbourg.

grable, multiplions la seconde partie de l'inégalité (1) par

$$d\left[-\frac{1}{U(r)}\right]$$

et intégrons de r_0 à r, nous voyons que la divergence de l'intégrale

$$\int^{\infty} T\,d\left(-\frac{1}{U}\right) \tag{2}$$

entraîne celle des intégrales

$$\int^{\infty} \frac{n(t, x)\,dt}{t\,U(t)} \tag{3}$$

pour tous les x sauf deux au plus. En supposant que $U(r)$ vérifie la condition de Boutroux

$$\lim_{r=\infty} \frac{rU'(r)}{U(r)} > 0, \tag{4}$$

la divergence de (3) entraîne celle des séries

$$\sum \frac{1}{U(r_\nu)}, \tag{5}$$

les r_ν désignant les modules des zéros de $f(z) - x$. De ce résultat général on déduit celui de M. Calugaréano lorsqu'on suppose que la fonction $T(r)$ elle-même vérifie la condition (4) et que l'on prend $U(r) = T(r)\,C[T(r)]$, $C(u)$ étant une fonction croissante dérivable.

En employant une méthode que j'ai développée dans un Mémoire qui doit paraître dans un autre recueil, on obtient la proposition suivante : $U(r)$ *vérifiant* (4) *et la série* (5) *étant simplement supposée divergente pour les* x *appartenant à un domaine, il existe au moins une direction* D, $\arg z = \text{const.}$, *telle que la série*

$$\sum \frac{1}{U(r_\nu^s)} \qquad (s < 1)$$

diverge encore pour tous les x *sauf deux au plus lorsqu'on se borne à y faire figurer les modules* r_ν *des zéros de* $f(z) - x$ *appartenant à un angle fixe arbitraire de sommet origine et bissectrice* D. En particulier, ceci s'applique aux séries

$$\sum \frac{1}{T(r_\nu^s)\log T(r_\nu^s)\ldots\log_q T(r_\nu^s)} \qquad (s < 1)$$

de M. Calugaréano. On peut remarquer que, pour $q = 0$, la condition de

Boutroux peut être supprimée; l'ordre étant fini positif, la divergence de

$$\sum \frac{1}{T(r_\nu)}$$

pour tous les x sauf deux au plus et pour les seuls r_ν correspondant aux zéros intérieurs à certains cercles de remplissage vus de l'origine sous un angle qui tend vers zéro, est une conséquence banale d'un théorème de M. Milloux.

2. La première partie de (1) donne l'inégalité bien connue

$$(6) \qquad n(r, x)\log s < (1+\varepsilon)\,T(rs) \qquad (s > 1),$$

qui fournit de suite le premier résultat de M. Calugaréano : $C(u)$ étant croissante, la convergence de

$$\sum \frac{1}{pC(p)}$$

entraîne celle de

$$(7) \qquad \sum \frac{1}{T(r_\nu s)\,C[T(r_\nu s)]}$$

pour tous les x. La convergence de (7) dit moins que (6); on peut donc se demander si, dans (7), on ne peut pas remplacer s par 1 ? Il en est ainsi lorsque $T(r)$ vérifie une condition de Boutroux dans l'autre sens

$$\overline{\lim_{r=\infty}} \frac{rT'(r)}{T(r)} < +\infty$$

(ce qui implique que l'ordre est fini). Mais cela n'a pas lieu en général. Reprenons en effet une fonction entière $f(z)$ étudiée par M. Borel [1], fonction pour laquelle $f(z) - x$ admet $n_{p+1} - n_p$ zéros dans une couronne $R_p < |z| < R_p + \eta = R'_p$ d'épaisseur η infiniment petite avec $\frac{1}{p}$ et telle que, en vertu de la propriété générale connue du terme maximum des fonctions d'ordre fini,

$$T(R'_p) < \log M(R'_p) < 2n_p \log n_{p+1}.$$

Comme on suppose

$$n_{p+1} = n_p^{\alpha} \qquad (\alpha > 1),$$

on voit que la série

$$\sum \frac{1}{[T(r_\nu)]^{\gamma}}$$

est divergente pour $1 < \gamma < \alpha$.

(1) *Rendiconti Circolo mat. di Palermo*, 23, 1907, p. 320-323, et *Leçons sur la théorie de la croissance*, p. 111-117; ce sont les résultats de cet Ouvrage que j'utilise ici.

CINÉMATIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la réalisation de mécanismes à roulement pur.* Note de M. **J. Haag**, présentée par M. M. d'Ocagne.

La récente Note de M. F. E. Myard [1] contient une petite erreur, que je demande la permission de signaler.

Prenons un trièdre de référence lié aux centres des satellites C_2 et C_3. Appelons z_i la vitesse angulaire algébrique du corps C_i. On a

$$\frac{z_1}{z_2} = -\frac{r}{R},$$

$$\frac{z_2}{z_3} = -\frac{m}{r},$$

$$\frac{z_3}{z_1} = \frac{R+r+n+x}{x}.$$

Multipliant membre à membre, il vient

$$m(R+r+n+x) = Rx.$$

On obtient d'ailleurs immédiatement cette relation en appliquant le théorème de Ménélaüs au triangle $\Omega O m$, coupé par la transversale MNP.

De l'équation ci-dessus, on tire

$$x = m\frac{R+r+n}{R-m},$$

formule un peu plus simple que celle de M. Myard.

L'erreur commise par cet auteur est la suivante. Dans la quatrième équation de la page 335, il faut multiplier le second membre par $1 - \frac{R}{2(R+r)}$. L'angle de rotation de C_2 *par rapport à des axes liés au centre* O est, en effet,

$$\frac{ds}{r} - \frac{ds'}{r} + \frac{ds'}{R+r} = \frac{ds}{r}\left[1 - \frac{R}{2(R+r)}\right]$$

et non pas $\frac{ds}{r}$. Ce serait $\frac{ds}{r}$ si $d\alpha$ représentait la rotation de C_1 quand on fixe O et non C_4. Or M. Myard appelle $d\alpha$ l'angle dont tourne C_1 quand on fixe C_4. C'est de là que provient la confusion.

Mais, bien entendu, cette petite erreur ne diminue en rien l'intérêt de sa Communication.

---

[1] *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 333.

M. d'Ocagne, d'accord avec M. Haag, tient à faire remarquer que le lapsus commis dans le calcul en question ne portait aucune atteinte au principe même imaginé par M. Myard et sur lequel il a fondé une solution théoriquement parfaite du problème du roulement pur entre deux corps en rotation relative autour d'un même axe. Ce principe peut se traduire par une construction géométrique directe, indépendante de tout calcul. C'est ainsi que M. Myard a effectivement réalisé un modèle de son dispositif qui se trouve être par suite d'une construction absolument correcte.

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'étude des courants gazeux au moyen des interférences.* Note de M. **R. Tremblot**, présentée par M. Cotton.

L'étude des courants gazeux, animés de vitesses supérieures à celle du son, a été faite pour la première fois par Prandtl [1], en utilisant la méthode des stries. Nous avons essayé, reprenant une idée de Cranz, d'étudier la répartition des densités, celles-ci étant obtenues par la mesure interférentielle des indices. De la mesure d'un chemin optique résulte une détermination précise de la densité, d'où, par application de la formule de Saint-Venant, la répartition des vitesses en tous les points du fluide. Il n'est plus nécessaire, comme dans les expériences de Prandtl, que l'écoulement dépasse la célérité du son pour produire des effets observables, les procédés ordinaires de la cinématographie doivent, dans ces conditions, permettre de suivre complètement l'évolution de la détente au cours du temps.

Une tuyère de Laval constituée par deux glaces plan-parallèles appliquées sur des cales de verre réalisant le profil désiré, est disposée dans l'une des branches d'un interféromètre de Michelson, réglé pour donner les franges du coin d'air. En éclairant par l'étincelle condensée, entre électrodes de zinc, nous obtenons des images nettes des franges, avec des poses de $\frac{1}{50}$ de seconde, ceci pour toutes les vitesses du courant d'air étudiées jusqu'ici; on a ainsi la possibilité de suivre entièrement le phénomène de la détente.

La longueur d'onde moyenne des radiations impressionnant la plaque, c'est-à-dire des cinq raies bleues du spectre d'étincelle du zinc, étant de 4810 Å, un déplacement d'une frange correspond à une variation de la

---

(1) L. Prandtl, *Physikalische Zeitschrift*, 1, 1907, p. 23.

densité égale à 0,086 (l'épaisseur traversée deux fois étant exactement de 1^{cm}).

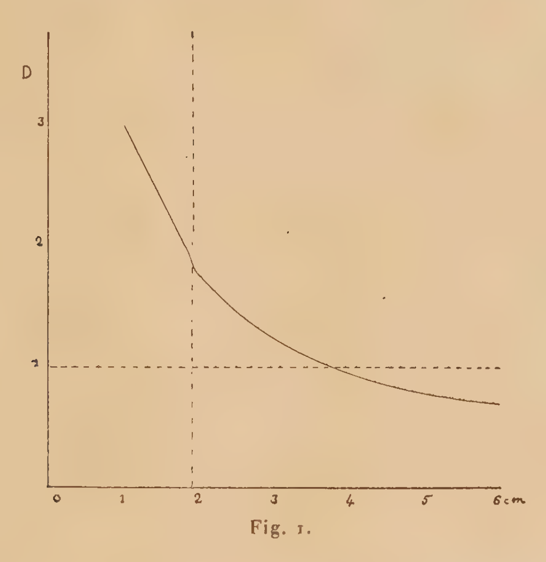


Fig. 1.

Les premières expériences furent faites en détendant l'air d'un réservoir dans l'atmosphère, à partir d'une pression absolue de 3,5 kg/cm, corres-

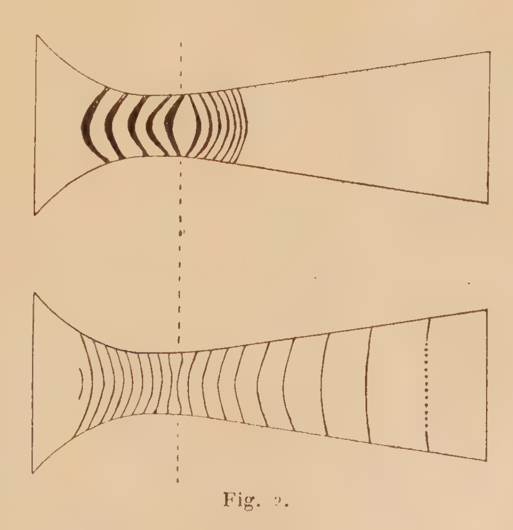


Fig. 2.

pondant à une vitesse d'écoulement supérieure à la célérité du son. Elles permettent de tracer la courbe des densités sur l'axe, avec une précision supérieure au centième. Cette courbe (*fig.* 1) comporte deux branches bien

régulières, paraissant séparées par un point d'inflexion vers l'endroit où la célérité du son est atteinte. L'ensemble ne présente pas tout à fait l'aspect des courbes de pression déterminées par Stodola, sauf pour la seconde branche; il y aura donc lieu d'étudier cette région en détail, en vue de mettre en évidence des variations de température.

Nous avons pu disposer l'expérience de façon à rendre plus visible la forme des lignes d'égale densité; pour cela, nous avons réglé le coin d'air de façon à compenser approximativement le gradient de densité, à l'endroit où ce dernier atteignait sa valeur maxima. On observe ainsi (*fig.* 2) des franges largement espacées et incurvées, permettant un tracé facile des lignes d'égale densité. Elles présentent un changement de courbure dans la région signalée plus haut, et deviennent sensiblement rectilignes vers la fin de la détente.

La densité tombe alors aux $\frac{7}{10}$ de celle de l'air ambiant, ce qu'une chute de température ne saurait expliquer (elle ne dépasse guère, en effet, une dizaine de degrés pour les pressions initiales utilisées). On doit donc s'attendre, vers la sortie, à un retour brusque à l'indice extérieur; un cliché a bien montré l'aspect du phénomène en cet endroit; les franges, rectilignes vers les parois subissent un fort décollement au centre, décollement effectué dans le sens d'une augmentation de densité.

ASTRONOMIE. — *Application de la méthode des moindres carrés au calcul des orbites d'étoiles doubles.* Note de M. **Ch. Volet**, présentée par M. Bigourdan.

Lorsque les observations d'une étoile double en mouvement orbital sont suffisamment nombreuses et précises pour qu'on puisse déterminer les éléments de la trajectoire avec une exactitude supérieure à celle donnée par les méthodes graphiques, il faut avoir recours à une seconde approximation généralement basée sur l'application de la méthode des moindres carrés.

Dans ce but, on part de l'expression de l'angle de position du satellite en fonction des éléments de l'orbite vraie. On détermine ainsi les corrections à apporter à ces éléments pour rendre minimum la somme des carrés des écarts entre les angles observés et les angles calculés.

Cette méthode donne lieu aux critiques suivantes : 1° La précision des observations d'angle, dans une même orbite, varie suivant la distance des composantes; 2° on est obligé d'abandonner la moitié du matériel d'obser-

vation, puisque le calcul ne peut faire état que des mesures d'angle, à l'exclusion des mesures de distance; 3° la méthode est inapplicable dans le cas d'orbites vues par la tranche, partant, elle conduit à des résultats très imprécis dès que l'inclinaison est un peu forte; 4° elle ne permet pas la détermination de l'un des sept éléments de l'orbite : le grand axe; 5° il est nécessaire de connaître une première approximation des éléments de l'orbite vraie. On peut ajouter à ces remarques le fait que les calculs auxquels conduit cette méthode sont relativement laborieux.

On peut éviter ces inconvénients en introduisant les coordonnées rectangulaires du compagnon, et en considérant ces coordonnées comme des quantités directement observées. Ce procédé de calcul se justifie pleinement par le fait que la somme des carrés des écarts en x et en y est précisément égale à la somme des carrés des distances entre les positions observées et calculées, somme qu'il est conforme à la théorie de rendre minimum. Le problème ainsi posé est donc celui-ci : déterminer les éléments de l'orbite de telle façon que la somme des carrés des écarts entre les positions observées et calculées soit minimum.

Soient : t, le temps; u, l'anomalie excentrique; E, l'excentricité, et (x, y) les coordonnées du compagnon par rapport à deux axes rectangulaires passant par l'étoile principale. On a

$$\mathrm{R}t - \mathrm{S} = u - \mathrm{E}\sin u, \qquad \begin{cases} x = \mathrm{A}\cos u - \mathrm{B}\sin u - \mathrm{AE}, \\ y = \mathrm{C}\cos u - \mathrm{D}\sin u - \mathrm{CE}. \end{cases}$$

Les sept constantes : R, S, E, A, B, C et D, qu'il s'agit de déterminer, fixent sans ambiguïté les éléments de l'orbite. Il est élémentaire d'en obtenir rapidement une première approximation, surtout quand l'orbite a été parcourue au moins une fois depuis l'époque des premières observations. On remarque, en effet, que $-\mathrm{AE}$ et $-\mathrm{CE}$ sont les coordonnées du centre de l'ellipse, et que $\sqrt{\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2}$ et $\sqrt{\mathrm{C}^2+\mathrm{D}^2}$ sont respectivement la demi-hauteur et la demi-largeur du rectangle parallèle aux axes, circonscrit à l'ellipse apparente. R, S et E peuvent se déterminer à la manière habituelle utilisée dans les méthodes graphiques.

Introduisant les notations : $\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} = \operatorname{tang}\beta$ et $\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{C}} = \operatorname{tang}\beta'$, l'expression des coordonnées et des coefficients différentiels devient :

$$x = \frac{\mathrm{A}\cos(u+\beta)}{\cos\beta} - \mathrm{AE}, \qquad y = \frac{\mathrm{C}\cos(u+\beta')}{\cos\beta'} - \mathrm{CE},$$

et

$$\frac{\partial x}{\partial R} = -Zt, \qquad \frac{\partial y}{\partial R} = -Z't$$

$$\frac{\partial x}{\partial S} = Z, \qquad \frac{\partial y}{\partial S} = Z',$$

$$\frac{\partial x}{\partial E} = -A - Z\sin u, \qquad \frac{\partial y}{\partial E} = -C - Z'\sin u,$$

$$\frac{\partial x}{\partial A} = \cos u, \qquad \frac{\partial y}{\partial C} = \cos u,$$

$$\frac{\partial x}{\partial B} = -\sin u, \qquad \frac{\partial y}{\partial D} = -\sin u,$$

$$\frac{\partial x}{\partial C} = \frac{\partial x}{\partial D} = 0, \qquad \frac{\partial y}{\partial A} = \frac{\partial y}{\partial B} = 0,$$

$$Z = \frac{A\sin(u+\beta)}{(1-E\cos u)\cos\beta}, \qquad Z' = \frac{C\sin(u+\beta')}{(1-E\cos u)\cos\beta'}.$$

Ces formules sont applicables dans tous les cas d'orbites elliptiques qui peuvent se présenter. Elles conviennent en particulier, sans modifications, aux orbites dont l'inclinaison est égale à 90°.

Les relations entre les inconnues choisies et les éléments généralement adoptés pour l'orbite vraie sont données par le système suivant, dont la résolution est simple :

$$\begin{aligned}
A &= a \qquad\qquad\quad (\cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega\cos i),\\
B &= a\sqrt{1-E^2}(\sin\omega\cos\Omega + \cos\omega\sin\Omega\cos i),\\
C &= a \qquad\qquad\quad (\cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i),\\
D &= a\sqrt{1-E^2}(\sin\omega\sin\Omega - \cos\omega\cos\Omega\cos i).
\end{aligned}$$

L'époque du passage au périastre et la période sont égales à

$$T = \frac{S}{R}, \qquad P = \frac{2\pi}{R}.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Influence des traitements thermiques sur les caractéristiques des redresseurs à l'oxyde de cuivre.* Note de M. L. **Dubar**, présentée par M. Paul Janet.

Les traitements thermiques que subit une plaque de redresseur lors de sa fabrication, déterminant la composition et la structure de l'oxyde, doivent avoir une très grande influence sur les caractéristiques électriques de cet appareil. J'ai donc cherché à établir leur effet sur le rendement du redres-

seur et à en donner une explication. On peut assez bien définir les propriétés électriques d'un élément d'une surface utile donnée, en indiquant, pour chacun des deux sens, la valeur du courant correspondant à une différence de potentiel donnée. Dans le sens cuivre-oxyde, le courant, toujours très faible, dépend de deux facteurs prépondérants; la pureté du cuivre employé, la continuité de la couche d'oxyde (absence de craquelures ou de fissures). Il est relativement peu influencé par les traitements thermiques, tout au moins lorsqu'on n'a pas dépassé lors du chauffage la température de fusion de l'oxyde. Au contraire, le courant dans le sens oxyde-cuivre qui détermine les pertes par effet Joule et par suite la puissance utile et le rendement du redresseur, varie dans une proportion considérable suivant le traitement, comme on le constate dans le tableau ci-dessous :

Traitement thermique subi (plaque de 10 cm² de surface utile).	Courant sens oxyde-cuivre sous 4 volts.
1. Chauffage vers 1000° pendant 20 min., refroidissement très lent.	0,05 à 0,1 A.
2. Chauffage vers 1000°, refroidissement brusque dans l'eau.......	1 à 2 A.
3. Chauffage vers 1000°, refroidissement lent jusque vers 500-600°, suivi d'un refroidissement brusque........................	4 à 8 A.
4. Chauffage vers 1000°, refroidissement quelconque. Recuit prolongé dans un four à 500-600°, suivi d'un refroidissement brusque..	5 à 10 A.
5. Recuit vers 300° d'un élément de faible résistance obtenu suivant procédé 3 ou 4. Refroidissement très lent ensuite............	0,09 à 0,15 A.

Les traitements 3 et 4 donnent les meilleurs résultats, sous la réserve que 4 donne facilement un oxyde fissuré. Le refroidissement lent de 1000 à 600° augmente la proportion de CuO dans l'oxyde et diminue par suite la résistance de ce dernier.

Plus difficile à expliquer est l'action néfaste du refroidissement lent de 300° à la température ambiante. L'échauffement exagéré en fonctionnement produit d'ailleurs le même résultat nuisible. A titre de simple hypothèse, on peut envisager une modification de l'oxyde cuivrique entraînant une augmentation permanente de sa résistivité. De tels phénomènes se produisent fréquemment avec les semi-conducteurs : des exemples nombreux en ont été donnés, dont plusieurs autrefois par M. Pélabon. On en trouve également dans la Thèse de Mlle S. Veil ([1]).

([1]) Suzanne Veil, *Thèse*, Paris, 1920.

INDUCTION. — *Sur l'existence d'un flux magnétique anormal.* Note (¹) de M. **P. Fourmarier**, présentée par M. Paul Janet.

Dans une série d'articles (²), M. Mitkevich cherche à démontrer que le flux total dû à un système de courants se compose :

1° d'un flux « normal » régi par les lois ordinaires de l'électromagnétisme;

2° d'un flux « anormal », existant pendant la période variable des courants et proportionnel à la variation instantanée de ces courants.

La force électromotrice induite dans un circuit par un courant i serait donc donnée par

$$e = -M\frac{di}{dt} + M_a\frac{d^2 i}{dt^2},$$

où M_a est un coefficient « anormal » d'induction mutuelle.

Ce flux anormal serait faible dans les conditions ordinaires, mais pourrait être mis en évidence dans des cas particuliers. Les expériences de confirmation ont porté sur un tore entouré d'un bobinage régulier. Dans ce cas, les lignes de force anormales seraient des circonférences situées dans des plans perpendiculaires à l'axe du tore et dont le centre serait sur cet axe.

Première expérience. — Le tore est entouré d'un écran magnétique fermé. Lorsqu'on établit un courant continu dans l'enroulement, on trouve que le flux total dans l'écran et le noyau est plus petit que le flux dans le noyau seul; l'auteur explique ce fait en admettant que le flux anormal créé pendant la période variable est arrêté par l'écran magnétique et se soustrait ainsi du flux dans le noyau.

Il semble que, par cette explication, M. Mitkevich veut négliger le courant induit dans l'écran pendant la période variable, dont il reconnaît cependant l'existence; c'est pourtant ce courant, de sens contraire au courant primaire, qui produit dans l'écran un flux antagoniste qui subsiste

(¹) Séance du 9 février 1931.

(²) W. Mitkevich, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de l'U. R. S. S. : On the Transformations of Magnetic Flux* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 131); *On the Anomalous Magnetic Flux* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 136); *Anomalous Magnetic Flux of a Toroïdal Coil : 1° The Case of a Closed Iron Screen* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 171); 2° *The Case of an Unclosed Screen* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 259); *Total Electromotrice Force of Mutual Induction* (*C. R. A. S.*, A, 1929, p. 289).

par suite du magnétisme rémanent et il ne semble pas intéressant de vouloir expliquer ce phénomène sans en tenir compte. L'auteur, d'ailleurs, met lui-même en évidence ce magnétisme rémanent.

Deuxième expérience. — L'enroulement du tore (sur noyau de bois) est parcouru par un courant à haute fréquence. Une bobine centrale est réunie à un circuit oscillant accordé et à un galvanomètre; l'effet des flux de fuite peut être compensé par un circuit auxiliaire.

Les résultats donnés par M. Mitkevich montrent que cette compensation n'était pas parfaite. Le fait d'obtenir une déviation constante pendant la rotation de la bobine exploratrice autour de l'axe du tore, qui, d'après l'auteur, constitue la preuve de la théorie, peut dès lors être dû à un flux de fuite extérieur à la bobine exploratrice, non compensé.

Conclusion. — Les expériences de M. Mitkevich nous semblent insuffisantes pour établir l'existence d'un flux magnétique anormal.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Variation du pouvoir rotatoire magnétique spécifique dans le passage de l'état liquide à l'état gazeux.* Note de MM. **R. de Mallemann** et **P. Gabiano**, présentée par M. A. Cotton.

Le pouvoir rotatoire magnétique spécifique $[\Lambda]$ d'un corps quelconque dépend, théoriquement, de l'intensité du champ de polarisation intermoléculaire; on sait qu'il en est de même de la quantité $\frac{n^2-1}{d}$, qu'on peut appeler, par analogie, le pouvoir réfringent. Ces deux grandeurs doivent donc varier en même temps que la densité d, ou, ce qui revient au même, que l'indice de réfraction n.

En désignant d'une manière générale par $\varphi(n)$ le facteur de variation du pouvoir réfringent, on montre que le pouvoir rotatoire magnétiqne spécifique doit varier comme $\frac{\varphi^2(n)}{n}$; autrement dit, les expressions $n^2-1 : d\varphi(n)$ et $n\Lambda : d\varphi^2(n)$ seraient des *invariants* physiques.

Dans le cas de la *réfraction*, l'expérience a suggéré plusieurs formes d'invariants, mais les expressions proposées ne sont jamais rigoureusement constantes, et aucune ne s'impose d'une manière absolue. L'étude du pouvoir réfringent seul ne permet donc pas de choisir la forme de $\varphi(n)$ avec toute la netteté désirable. L'incertitude disparaît quand on cherche à déterminer les invariants de *rotation magnétique*. En particulier la comparaison

des pouvoirs rotatoires magnétiques d'un même corps [1], à l'état liquide et à l'état gazeux, nous a donné des résultats très significatifs, qui se résument ainsi : *la variation du pouvoir rotatoire magnétique dans le changement d'état peut être calculée très approximativement à partir du facteur* $\varphi(n) = \frac{n^2+2}{3}$ *de Lorentz ; tout facteur sensiblement différent (celui de Gladstone, par exemple) serait nettement en désaccord avec l'expérience.*

On trouvera dans le tableau ci-dessous : 1° le pouvoir rotatoire spécifique du gaz $[\Lambda]_G$; 2° celui du liquide $[\Lambda]_L$; 3° leur rapport ; 4° la valeur de l'expression $\frac{9n}{(n^2+2)^2}$, qui devrait être égale au rapport précédent, si la loi de Lorentz était rigoureuse ; 5° l'invariant de rotation magnétique $\frac{9[\Lambda]_L n}{(n^2+2)^2}$, calculé à partir du liquide. (Pour le gaz, cet invariant se réduit très sensiblement à $[\Lambda]_G$; la comparaison des deux colonnes extrêmes permettra donc d'apprécier le degré d'« invariance ».)

Corps.	$[\Lambda]_G 10^2$.	$[\Lambda]_L 10^2$.	$\frac{[\Lambda]_G}{[\Lambda]_L}$.	$\frac{9n}{(n^2+2)^2}$.	$\frac{9n[\Lambda]_L}{(n^2+2)} 10^2$.
Pentane	1,61	1,90	0,85	0,83	1,58
Hexane	1,55	1,82	0,85	0,81	1,47
Chlorure d'éthyle	1,26	1,49	0,85	0,815	1,20
Chlorure de propyle	1,31	1,54	0,85	0,81	1,25
Chlorure d'isopropyle	1,36	1,60	0,85	0,82	1,31
Bromure d'éthyle	1,07	1,31	0,82	0,79	1,03
Bromure de propyle	1,09	1,35	0,81	0,78	1,05
Iodure de méthyle	1,14	1,54	0,74	0,73	1,12
Iodure d'éthyle	1,21	1,56	0,77	0,74	1,15
Chloroforme	0,93	1,13	0,82	0,78	0,88
Tétrachlorure de carbone	0,84	1,06	0,80	0,77	0,82
Benzène [2]	2,72	3,53	0,77	0,75	2,65
Sulfure de carbone	2,30	3,43	0,67	0,68	2,33

La concordance est satisfaisante ; on remarquera cependant que le rapport mesuré paraît systématiquement supérieur au rapport calculé (sauf pour CS^2) [3].

---

(1) Plus précisément, d'une même *matière*, car toutes les grandeurs que nous utilisons ont été déterminées à partir d'un même échantillon de chacun des corps.

(2) La constante de Verdet de la vapeur de benzène ($96,5.10^{-6}$) dépasse notablement celle du sulfure de carbone (78.10^{-6}). C'est la plus grande valeur que nous ayons observée jusqu'ici.

(3) La loi de Lorentz donnerait donc une variation *légèrement* trop grande ; les nombres calculés à partir de l'expression de Gladstone seraient très voisins de un,

On doit conclure que l'effet moyen du champ intermoléculaire peut être représenté très sensiblement par le facteur $\frac{1}{3}(n^2+2)$, bien que la démonstration théorique, ordinairement admise, ne soit pas à l'abri de toute objection. Ces conclusions s'appliquent d'ailleurs seulement aux phénomènes du premier ordre, ou atomiques (réfraction et rotation magnétique) et non aux phénomènes d'ordre supérieur, qui dépendent essentiellement de la structure moléculaire. En particulier, nous avons montré que l'introduction globale du facteur $\varphi(n)$ dans l'expression du pouvoir rotatoire *naturel* n'aurait théoriquement aucun sens.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption des solutions aqueuses d'acide tartrique.* Note de M. G. **Bruhat**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une première série de mesures sur l'absorption des solutions aqueuses d'acide tartrique, j'avais cru observer ([1]) que l'absorption moléculaire de ces solutions diminuait avec la concentration. Mais les cuves employées étaient certainement attaquées par les solutions : dans une seconde série de mesures, où cette cause d'erreur avait été éliminée ([2]), j'ai obtenu des valeurs plus faibles de l'absorption, et il m'a semblé que les solutions suivaient la loi de Beer aussi bien qu'on pouvait l'attendre. Dans des mesures plus récentes, où des précautions encore plus complètes ont été prises, notamment au point de vue de la préparation des solutions, MM. Lucas et Schwob ([3]) ont obtenu des valeurs de l'absorption encore plus faibles et ont trouvé cette fois que l'absorption moléculaire augmente quand la concentration diminue.

---

donc *beaucoup* plus éloignés des nombres mesurés. La formule de Newton-Laplace correspondrait à des rapports *très supérieurs à l'unité* : la contradiction serait manifeste.

Les résultats précédents sont encore confirmés par des mesures récentes de M. Suhner sur des mélanges d'heptane et de sulfure de carbone liquides. La quantité qui varie linéairement en fonction du titre τ n'est pas la constante de Verdet (spécifique) $[\Lambda]$, mais la grandeur $\frac{[\Lambda]^2 n}{(n^2+2)^2}$. Toutefois cette loi ne s'applique pas aux solutions *électrolytiques;* nous avons montré que celles-ci obéissaient à la loi de Verdet, entre certaines limites.

([1]) G. Bruhat et R. Legris, *Annales de Physique*, **13**, 1930, p. 38.

([2]) G. Bruhat et J. Terrien, *Journal de Physique*, I, 1930, p. 351.

([3]) R. Lucas et M. Schwob, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 225.

Je ferai remarquer que *ce résultat est encore plus nettement en contradiction que le mien avec l'hypothèse classique de l'existence dans les solutions de deux formes différentes d'acide tartrique*. Il n'est en effet pas douteux, dans cette hypothèse, que les rotations gauches, qui deviennent très grandes dans la région ultraviolette 2800-2500 angströms, sont dues à celle de ces formes qui est absorbante dans cette même région : c'est là une conséquence qualitativement évidente des relations générales qui existent entre l'absorption et la dispersion rotatoire, et l'on en trouve la confirmation dans l'étude des formules de dispersion rotatoire. D'autre part, il est non moins certain, d'après les modifications que subit la dispersion rotatoire, que la proportion de la forme gauche doit diminuer à mesure que la concentration diminue : l'hypothèse classique conduit donc à la conclusion que l'absorption moléculaire apparente dans la région 2800-1500 Å doit diminuer à mesure que la concentration diminue.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le passage du courant continu dans l'acétone.* Note de MM. G. **Reboul** et J. **Sambussy**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. Dans les *Comptes rendus* du 26 juin 1930, M. Hubert Garrigue a publié les résultats d'un travail au cours duquel il a répété quelques-unes des expériences contenues dans la Thèse de M. P. Lafond [1].

Ces expériences consistent à suivre en fonction du temps les variations de l'intensité du courant qui, sous une tension pouvant atteindre un million de volts, passe dans un voltamètre contenant divers liquides, notamment de l'acétone; en outre, on examine au moyen de sondes comment se répartissent les potentiels à l'intérieur du liquide. M. Garrigue a retrouvé en partie les résultats de M. Lafond, avec un apport personnel dont la partie la plus marquante est en contradiction avec ce que trouvait M. Lafond : il constate que l'intensité du courant dans le voltamètre varie de manière compliquée et présente parfois des variations périodiques qu'il explique en faisant intervenir des phénomènes de diffusion.

II. Nous avons recherché quelle pouvait être la cause des différences existant entre les résultats obtenus par ces deux auteurs. M. Lafond, dans ses expériences, prenait soin de placer ses appareils dans un thermostrat, qui, formé de substances opaques, maintenait le voltamètre dans l'obscu-

---

(1) P. Lafond, *Thèse*, Montpellier, 21 juin 1930.

rité en même temps qu'il permettait d'avoir une température constante; M. Garrigue ne prenait aucune précaution spéciale à ce double point de vue. On pouvait soupçonner que là se trouvait la cause des différences obtenues dans les résultats.

Nous avons repris les expériences en opérant soit à la lumière, soit à l'obscurité la plus complète : à la lumière, on constate l'existence de variations comme celles qu'indique M. Garrigue; à l'obscurité, ces variations disparaissent et les phénomènes présentent la régularité observée par M. Lafond. Les anomalies constatées sont dues par conséquent soit à des effets actino-électriques, soit à la formation d'impuretés par action de la lumière sur l'acétone. Cette dernière hypothèse expliquerait assez facilement l'existence de variations périodiques dans l'intensité du courant : elles seraient dues aux variations de résistance prenant naissance quand les produits de la décomposition électrolytique viennent se dégager aux électrodes; le phénomène serait le même que celui que l'on observe dans un circuit contenant un voltamètre sur les électrodes duquel viennent se dégager des bulles gazeuses.

III. Quand on opère à l'obscurité, on trouve que, pour l'acétone comme pour quelques autres liquides étudiés par M. Lafond, l'intensité du courant dans le circuit diminue régulièrement en fonction du temps suivant une loi exponentielle et tend vers une limite qui, suivant les conditions expérimentales, est plus ou moins rapidement atteinte.

Les variations de l'intensité i en fonction du temps t s'expriment assez bien par la formule

$$i - i_\infty = (i_0 - i_\infty)e^{-kt},$$

dans laquelle i_0 représente l'intensité du courant au début de l'expérience et i_∞ celle du courant limite, k étant une constante dépendant du liquide et des conditions de l'expérience.

Cette expression a la même forme que celle que l'on trouve assez souvent pour les variations de l'intensité du courant dans des circuits comprenant des corps solides très résistants. On établit théoriquement cette formule avec facilité en supposant qu'il y a formation dans le voisinage des électrodes de chutes de potentiel antagonistes. L'étude de la répartition des potentiels, dans les solides ou dans les liquides, au moyen d'électrodes-sondes montre l'existence de ces chutes et permet d'en obtenir la valeur.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les chlorosulfinates d'aryle* [1] *et les sulfites d'aryle.* Note de MM. **M. Battegay** et **L. Denivelle**, présentée par M. Delépine.

Une première Communication de MM. W. Voss et Eric Blanke qui vient de paraître dans les *Annalen der Chemie* du 16 février 1931 (t. 485, p. 258), sur les esters de l'acide sulfureux, nous incite à publier dès à présent les résultats de nos propres recherches sur le même sujet. Ces recherches, qui font partie d'un ensemble d'expériences dont la suite est encore en cours d'exécution, ont d'ailleurs été consignées dans le pli cacheté n° 2795 déposé le 15 avril 1930 à la Société industrielle de Mulhouse [2].

Nos recherches confirment les résultats des auteurs précités et réalisent, d'une manière tout à fait semblable, la synthèse de sulfites d'aryle par l'action du chlorure de thionyle sur le phénate de sodium, par exemple, en milieu toluénique. En plus, et ce fut le résultat capital, nous avons pu saisir et identifier le chlorosulfinate de phényle, substance mère de la famille des chlorures de monoarylsulfites jusqu'à présent inconnus. Ces composés constituent, à notre avis, le terme de passage dans la formation des sulfites d'aryle, et ils correspondent aux chlorures d'alcoylsulfites lesquels précèdent également la formation des alcoylsulfites dans l'action du chlorure de thionyle sur les alcools.

Nous donnons ci-après le mode de préparation et de séparation, ainsi que les propriétés du chlorosulfinate de phényle ou chlorure de phénylsulfite qui se forme, dans ces conditions, à côté de sulfite de phényle.

Nous introduisons lentement par petites portions le phénate de sodium (30^g) obtenu par action de sodium métallique sur du phénol en milieu toluénique, à la température de $-10°$ à $-5°$ dans le chlorure de thionyle (45^g) dissous dans 100^{cm^3} de toluène préalablement desséché :

$$C^6H^5ONa + SOCl^2 = C^6H^5OSOCl + ClNa,$$
$$C^6H^5OSOCl + C^6H^5ONa = (C^6H^5O)^2SO + ClNa.$$

Le phénate de sodium, en suspension, disparaît rapidement et il reste un liquide limpide brun qu'on laisse reposer une dizaine d'heures à 0°. On filtre et l'on frac-

---

(1) Chlorosulfinates d'aryle, chlorures-arylesters sulfureux ou chlorures d'arylsulfites.

(2) L'ouverture de ce pli sera effectuée incessamment.

tionne sous vide. Le chlorure de thionyle en excès et le toluène passent tout d'abord au-dessous de 35° sous 13^{mm}; sous ce même vide, à 94-96°, passe un liquide fluide, incolore, suivi d'une huile jaune paille qui distille entre 172-176°.

La fraction qui passe à 94-96° fume à l'air en répandant des vapeurs d'acide chlorhydrique. Une trace d'eau décompose le produit en phénol, anhydride sulfureux et acide chlorhydrique. En le chauffant avec de la poudre de zinc, il y a dégagement d'anhydride sulfureux et formation de chlorobenzène. Ces réactions conduisent à admettre qu'il s'agit du chlorosulfinate de phényle $C^6H^5O - SOCl$, dont les dosages de chlore et de soufre confirment la composition.

Dosage de soufre. — Substance, 0^g,324; SO^4Ba, 0^g,4286; soit 17,94 pour 100 S.

Dosage de chlore. — Substance, 0^g,4027; ClAg, 0^g,3267; soit 19,83 pour 100 Cl.

Calculé pour $C^6H^5SO^2Cl$: 18,13 pour 100 S et 20,11 pour 100 Cl.

Le chlorosulfinate de phényle supporte la distillation dans le vide, en milieu strictement anhydre. A la longue, il prend une teinte rosée.

La fraction de queue qui passe entre 172-176° ne contient pas de chlore, elle renferme du soufre, elle est insoluble dans l'eau et stable vis-à-vis des alcalis dilués; elle se décompose sous l'action des alcalis concentrés. Nous sommes en présence du sulfite de phényle déjà décrit par Richter [1] qui l'avait obtenu par action du chlorure de thionyle sur le phénol en milieu pyridiné.

Dosage de soufre. — Substance, 0^g,345; SO^4Ba, 0^g,348; soit 13,85 pour 100 S.

Calculé pour $(C^6H^5O)^2SO$: 13,675 pour 100 S.

GÉOLOGIE. — *Résultats géologiques et hydrogéologiques d'un forage au Muséum national d'histoire naturelle.* Note [2] de M. **Paul Lemoine**, présentée par M. L. Cayeux.

Ce forage a été fait dans les caves du laboratoire de Géologie du Muséum pour élucider quelques problèmes de Géologie souterraine :

Altitude du sol.	+ 34^m,15
Alluvions	2^m,50 de +34^m,15 à +31^m,65
Calcaire grossier sur	13^m,50 de +31^m,65 à +18^m,11
Fausses Glaises	5^m,38 de +18^m,11 à +12^m,73
Sables d'Auteuil	1^m,14 de +12^m,73 à +11^m,59
Glaises sur	10^m,44 de +11^m,59 à + 1^m,55

Le calcaire grossier est certainement le Lutétien inférieur; car, on est

(1) *D. ch. Ges.*, 49, 1916, p. 2340. — D. R. P. 303033. — *Lieb. Ann.*, 416, 1918, p. 301.

(2) Séance du 16 février 1931.

au-dessous du niveau à *Orbitolites complanatus*, visible dans les fondations de la nouvelle galerie de botanique.

Mais le faciès ne ressemble pas au faciès classique de Vaugirard et d'Arcueil; pas de calcaire à *Cerithium giganteum*, pas de calcaire à *Nummulites*. On est donc en présence d'alternances de calcaires glauconieux, à *Ditrupa*, et de petits lits d'argile. Ce faciès est très spécial; on le retrouve dans une vieille coupe, d'un puits situé au Muséum-Administration (Becquerel); je l'ai observé à Meaux, dans les sondages en Marne; il est probablement localisé à la région Sud-Est du bassin de Paris.

Il est intéressant de constater que la division classique du Sparnacien en Fausses Glaises, Sables d'Auteuil et Glaises se poursuit jusqu'ici; car aux Invalides les Fausses Glaises n'existent pas.

L'altitude du contact Sparnacien-Lutétien est analogue à celle observée à la place Jussieu et au Muséum-Administration, mais elle est anormale par rapport à celle de deux forages de la vallée de la Bièvre. Il y a 16^m de dénivellation entre deux puits situés à moins de 200^m de distance. Par suite on se trouve en présence d'un petit accident tectonique local en relation avec la rive gauche de la Bièvre, qui coule donc ici dans une région synclinale. Je connais d'autres accidents analogues dans Paris, mais je tenais à avoir une vérification expérimentale.

Les Sables d'Auteuil sont très aquifères (niveau hydrostatique, entre $+25^m,15$ et $+26^m,15$). Leur zone d'alimentation ne peut être cherchée qu'à Auteuil, à Arcueil et aux Invalides. Aux Invalides, le niveau hydrostatique des Sables est à $+25$-26^m; l'étiage de la Seine est à $+27^m$.

La différence de cote et la perte de charge ($0^m,75$ par kilomètre) entre les deux points est trop minime pour qu'il y ait alimentation en période d'étiage; celle-ci peut au contraire se produire en période de crue (perte de charge, $4^m,15$). Ceci explique que le niveau hydrostatique observé au Muséum-Géologie varie, dans une certaine mesure, comme le niveau de la Seine.

Il est vraisemblable que la région d'alimentation normale est à Arcueil, où l'infiltration se fait vers la cote $+40^m$; la perte de charge serait de $2^m,40$, par kilomètre, mais la surface d'absorption est très faible.

Cette conclusion est étayée par les observations sur la température (18° en moyenne), qui a baissé quelques jours à 11° pendant une période de dégel; elle a au contraire monté à 13°,5, en avril 1929 et novembre 1930, à la suite de périodes pluvieuses. Il est curieux que Becquerel n'ait pas

signalé de semblables différences, pour le puits du Muséum-Administration.

Le débit de la nappe est du moins de 4^{m^3} à l'heure, sans dénivellation sensible. On peut lui faire absorber également 4^{m^3}, avec un relèvement très faible et très passager du niveau. L'absorption ne peut dépasser la valeur de 8^{m^3} à l'heure.

La dépendance entre les valeurs du débit émissif et de l'absorption tient à ce qu'ils expriment ce que le sable peut laisser passer d'eau, par unité de temps, étant données la grosseur de ses grains et sa teneur en argile.

En résumé, ce forage a fourni les renseignements suivants :

1° Découverte d'un faciès spécial et nouveau du Lutétien inférieur;

2° Détermination d'une cote précise de la base du Lutétien, indiquant l'existence d'un accident local, sur la rive gauche de la Bièvre;

3° Existence, en ce point, des Sables d'Auteuil, avec nappe captive;

4° Détermination des zones d'alimentation et des pertes de charge dans cette nappe;

5° Détermination approximative et rapports étroits entre le débit et le pouvoir absorbant de cette nappe.

GÉOLOGIE. — *Observations tectoniques sur le Rif méridional (région Moulay Bou-Chta).* Note de M. **Jean Lacoste**, présentée par M. L. Cayeux.

Ces observations ont été faites dans la région comprise entre l'Oued Sebou, au Sud, et la haute chaîne du Rif, au Nord; c'est-à-dire dans cette portion du Rif méridional faisant géographiquement suite à la région prérifaine étudiée par M. Daguin (¹), et immédiatement au nord de celle-ci.

Les problèmes tectoniques prérifains se posent donc à nouveau dans cette région. On peut les résumer ainsi : La nappe Trias-Nummulitique se prolonge-t-elle vers le Nord ? Quelles sont ses relations avec les massifs du Rif méridional ?

Si partant de Fès on se dirige vers le Nord on trouve, entre Sebou et Ouergha, le prolongement de l'étendue nummulitique prérifaine. Puis, aux abords de l'Ouergha, apparaît une ligne de reliefs, orientée NW-SE, sur 150^{km} environ; Djebels Sidi-Redouane-Arechko-Amargou-Messaoud, Sefs.

(¹) F. Daguin, *Contribution à l'étude géologique de la région prérifaine* (Maroc occidental), *Thèse*, Montpellier, 1927.

Ils ont une grande importance quant à la compréhension tectonique du pays. En effet, à première vue, et d'après leur position dans le paysage on est porté à les considérer comme des lambeaux de recouvrement et c'est l'interprétation qu'ont provisoirement admise L. Gentil et F. Daguin qui, pour des raisons de sécurité, n'ont pu que parcourir rapidement cette région.

Une étude détaillée révèle sur les flancs nord et nord-est de ces massifs liasiques la présence d'une série normale Lias-Jurassique-Crétacé, dont les couches plongent régulièrement sous le bassin miocène situé au Nord. Il y a là enracinement certain. Ces massifs ne sont pas des Klippes. Ce sont des plis couchés, ce sont des plis déversés, ce sont des écailles. On est là en présence d'une nouvelle ride du substratum, analogue à celles décrites par M. Daguin dans le Prérif (Kefs, Zerhoun, Zalagh).

Au nord de l'Ouergha, on retrouve pareille disposition d'une seconde ride (Senhadjas, Aïn-Berda, Tabouda), parallèle à la première.

Un troisième massif (Ouled Bou Slama, Dj. Tifelouast) se dessine en avant de la haute chaîne rifaine.

Quelles sont les relations des plus méridionales de ces rides avec le pays nummulitique prérifain? Ainsi que je l'ai déjà signalé ce Nummulitique ne paraît pas flotter sur ces massifs jurassico-crétacés. Avec leurs flancs directs il s'enfonce et disparaît sous le Miocène qui les recouvre. Il est pincé et laminé avec leurs flancs inverses. Tout se passe donc comme si ce Nummulitique était venu de la profondeur avec ces massifs. S'enracine-t-il réellement avec eux; ou bien, élément d'une nappe venue du Nord, a-t-il été plissé postérieurement à la mise en place de cette nappe? Diverses observations sont en faveur de la première interprétation. Ainsi, il existe immédiatement au sud de la ride Amergou-Sofs et, courant parallèlement à elle, une zone large d'une dizaine de kilomètres, où le style du Nummulitique est nettement différent de celui de la nappe prérifaine.

Dans cette dernière région, comme l'a si bien décrit M. Daguin, se remarquent des plissotements, du broyage fréquent, une allure chaotique. Sous le Nummulitique qui paraît morcelé, disjoint, se trouve fréquemment le Trias gypseux qui forme parfois des masses importantes. Plus au Nord au contraire, les couches qui ont moins souffert ont des pendages plus réguliers. Le Trias devient plus rare et aussi plus dolomitique. On peut vraiment dire que le Nummulitique, plus homogène, s'« organise ».

En même temps, quand apparaît son substratum, on constate que c'est toujours le Crétacé et non le Miocène. Au contact du Crétacé-Nummulitique

se trouve encore parfois du Trias (bord d'écailles), mais souvent la lame triasique n'est plus là pour jalonner les contacts comme il est de règle dans la région prérifaine et aussi dans le Rarb, de M. Bourcard.

D'autre part, un argument important en faveur de la position normale du Nummulitique est donné par l'étude du Miocène. La discordance des terrains miocènes sur les schistes et le flysch du Rif méridional a été parfois interprétée comme une discordance tectonique. Dans cette hypothèse le Miocène aurait été transporté avec la nappe nummulitique et voyagé avec elle, et la superposition directe du Miocène aux schistes et flysch crétacés s'expliquerait par un laminage des éléments nummulitiques de la nappe. Or, en bien des points, on peut voir que le contact Miocène-Crétacé se fait non par une zone de broyage, mais par un banc d'algues qui prouve le caractère transgressif et nettement autochtone du Miocène. Pour ne citer qu'un point très accessible ce banc est admirablement visible près Fès el Bali (route Fès-Ouessan). C'est sous ce Miocène, couverture normale du pays du Rif méridional, que plonge le Nummulitique prérifain.

Je crois donc qu'aux confins nord du pays prérifain commence une zone où le Nummulitique n'est plus en nappe. Il s'agit moins là d'une zone de racines au sens exact du terme, que d'une zone où s'opère une remise en place progressive, comme si, au nord du Sebou, on assistait peu à peu à une atténuation des phénomènes de déplacement tangentiel, et de proche en proche à un retour aux conditions normales.

Tous les faits principaux permettant cette interprétation ne peuvent être énoncés dans le cadre d'une communication. Dès maintenant un fait est cependant certain : en allant du Prérif vers le Rif méridional on ne trouve pas de nappes nouvelles, à éléments jurassiques et crétacés, superposées à la nappe Trias-Nummulitique. Tectoniquement, on va au contraire du complexe au simple. J'ajoute que, dès l'Ouergha, on peut considérer le Nummulitique comme faisant lui-même partie de l'Autochtone.

CRYPTOGAMIE. — *Sur la présence d'un Ascomycète dans un tubercule d'*Astragalus alopecuroïdes *L.* Note de Mme **Mara Lechtova-Trnka**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Dans les cellules du manteau d'un tubercule d'*Astragalus alopecuroïdes*, nous avons trouvé par hasard des hyphes mycéliens. Nous avons pu très facilement établir que ces filaments appartenaient à un Ascomycète, car à côté d'eux, on apercevait de place en place de véritables périthèces avec

asques et ascospores. Nous nous sommes mis tout de suite à rechercher les différents stades de la formation de ces organes. Malheureusement nos observations n'ont pu porter que sur les quelques coupes de ce tubercule qui était habité normalement par la bactérie et par le mycélium du champignon.

Les hyphes de l'Ascomycète du tubercule d'*Astragalus alopecuroïdes* restent dans les couches du manteau, et nous ne trouvons aucune anomalie dans la nodosité envahie par le champignon. Ce dernier avait même assuré sa reproduction sexuelle par périthèces et sa reproduction asexuelle par chlamydospores. Après un examen très détaillé des coupes, nous avons pu relever quelques stades de la formation des périthèces, des asques et des ascospores appartenant à cet Ascomycète parasite. Le thalle de ce champignon est représenté par des filaments plus ou moins longs et cloisonnés, dont les articles sont uninucléés. Parmi les nombreux hyphes mycéliens, nous avons souvent rencontré des filaments accolés parallèlement sur une certaine partie de leur longueur ou chevauchant à leur extrémité. Ces deux filaments se développant en même temps ont à peu près la même taille et il est difficile de leur donner immédiatement les noms qui leur correspondent, notamment celui de trophogone ou rameau stérile et d'ascogone ou rameau fertile. Mais il n'est pas rare cependant que, dès le début, l'ascogone se présente avec un plus grand diamètre.

Nous voulons remarquer ici que les filaments mycéliens qui se trouvaient dans les couches extérieures du manteau étaient plus vigoureux et avaient des noyaux plus chromatiques. C'est également dans cette région que le champignon avait formé ses organes de reproduction. Tous les autres filaments qui s'étaient introduits un peu plus profondément dans les tissus du manteau et ceux de l'endoderme du tubercule montraient une dégénérescence et aucun indice d'organes de reproduction.

Nous n'avons pas pu suivre l'apparition de la première cloison dans le filament du trophogone ni la division de son noyau, mais nous avons vu cependant des trophogones où les noyaux étaient complètement dégénérés et où ils n'étaient plus visibles à l'intérieur du filament déjà cloisonné. Les noyaux de l'ascogone sont notablement plus gros que ceux des autres filaments. Nous assistons ensuite à un enroulement du filament ascogène, c'est-à-dire du gamétophore, dont le noyau a subi plusieurs divisions suivies de quelques cloisonnements. A ce moment, le premier filament recouvrant apparaît au-dessous de la cloison basilaire de l'ascogone, entoure le gamétophore, donnant ainsi naissance au périthèce.

Les cellules du gamétophore devenues plurinucléées se cloisonnent et donnent naissance à des articles binucléés qui ne sont pas autre chose que les diplogamètes dans lesquels se produira la fécondation [1]. Parmi ces articles binucléés, il y a un certain nombre de cellules libres uninucléées qui sont tout simplement des cellules nourricières. Une fois les cellules binucléées formées, elles se dissocient à l'intérieur du périthèce parmi les cellules nourricières. Le nombre des diplogamètes est très variable. Leurs noyaux sont plus volumineux et plus chromatiques que ceux des autres cellules du périthèce. Lorsque la fécondation est opérée dans ces diplogamètes, donc après fusion de leurs deux noyaux, nous avons une cellule œuf, qui grossit et peut atteindre jusqu'à 17^{μ} de diamètre. Le noyau de l'œuf, c'est-à-dire de l'asque, se divise trois fois et donne huit noyaux qui fournissent les énergides des huit ascospores.

Nous avons remarqué que la maturité ne se fait pas simultanément dans tous les asques. Dans les périthèces, nous trouvons des diplogamètes à côté d'un œuf et d'un asque avec des spores déjà mûres. Dans les asques de ce champignon il n'y a pas d'épiplasme. Les ascospores sont ovoïdes et ont 9^{μ} sur 6^{μ}. Elles ont à leur maturité une épaisse couche de protoplasme hyalin et dense ainsi qu'une membrane cutinisée et réticulée. Souvent ces ascospores sont binucléées et possèdent une sorte de sillon longitudinal.

Les spores sont mises en liberté à l'intérieur du périthèce par destruction de l'asque. A la maturité des ascospores, les cellules du périthèce commencent à se désorganiser : elles perdent leur noyau et leurs membranes se cutinisent. Les périthèces de cet Ascomycète mesurent 65^{μ} sur 40^{μ}, mais il y en avait de plus petits où le nombre des asques était moindre également.

Nous avons dit au début de cet exposé que ce champignon produisait aussi des chlamydospores.

Nous pouvons conclure, avec tous ceux qui ont confirmé la fusion Dangeardienne, que la fécondation chez les Ascomycètes se fait à la base de l'asque et non à la base de la formation du périthèce.

D'après nos observations, ce champignon se place au voisinage des Aspergillées et des Monascées avec lesquelles il présente de nombreux caractères communs.

Nous proposons pour cet Ascomycète, qui nous paraît nouveau, le nom de *Ascorhiza Leguminosarum*.

---

(1) Consulter P.-A. Dangeard, *L'origine du périthèce chez les Ascomycètes* (*Le Botaniste*, série X, 1917, p. 1-385, pl. I-XC).

Nous avons retrouvé depuis le même Ascomycète dans les tubercules de trois autres Légumineuses : *Cytisus scoparius* Lk ; *Cytisus scoparius* var. *Andreanus* Hort. ; *Brachysema lanceolatum* Meisn.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La sensibilité des Laminaires aux actions extérieures et l'iodovolatilisation.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les Laminaires sont sensibles, comme nous l'avons montré précédemment [1], aux actions extérieures d'ordre mécanique, thermique ou chimique. Elles sont revêtues en effet d'une assise épidermique (assise iodogène) qui jouit de la propriété de réagir aux excitations par un véritable phénomène réflexe qui consiste en une émission d'iode libre. D'autre part le phénomène en question peut être observé sur des algues vivant dans les conditions naturelles et qui n'ont subi aucune intervention provenant de l'expérimentatenr : nous avions donc prouvé l'existence de l'iodovolatilisation naturelle, en même temps que nous montrions la possibilité de l'iodovolatilisation provoquée expérimentalement [2].

Il reste à voir quelles sont les causes susceptibles d'influencer l'iodovolatilisation naturelle, c'est-à-dire susceptibles d'agir à l'échelle des phénomènes naturels et normaux de la vie des Laminaires et les expériences suivantes montrent tout d'abord quelle peut être le rôle de l'émersion.

Lorsqu'on coupe un pied de *Laminaria flexicaulis* immergé et, qu'après l'avoir retiré de l'eau, on le laisse égoutter à l'air libre en le tenant par la base du stipe sectionné et par le sommet des lanières, les gouttes d'eau de mer qui s'écoulent, à partir du moment où elles commencent à s'espacer, bleuissent aussitôt l'empois d'amidon sur lequel on les recueille. L'expérience peut être également réalisée avec une Laminaire coupée, conservée en aquarium depuis peu ; dans ce cas, il n'est pas possible de la renouveler plusieurs fois de suite, avec un résultat positif, à des intervalles de temps trop rapprochés. L'émersion permet donc tout d'abord de constater une production d'iode libre, mais elle a évidemment pour conséquence une sorte d'épuisement du pouvoir iodogène, ce qui prouve, soit qu'elle agit dans le

(1) *Sur les conditions du dégagement de l'iode libre chez les Laminaires* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1371).

(2) *L'iodovolatilisation chez les Algues marines et les problèmes de l'iode* (*Le Botaniste*, 21, 1929, p. 134, 152-170).

sens d'une augmentation de l'iodovolatilisation, soit qu'elle provoque ce phénomène s'il n'existait pas auparavant.

Nous ajouterons que la méthode précédente, c'est-à-dire le simple fait de retirer une Laminaire de l'eau, permet de recueillir plusieurs centimètres cubes d'eau de mer où l'iode libre est très facile à caractériser.

Une autre influence qui paraît importante pour l'iodovolatilisation naturelle est celle des actions mécaniques ou thermiques. Voici comment on peut s'en rendre compte; si l'on verse avec précaution un peu d'empois d'amidon, préparé à l'eau de mer récemment et refroidi à la température extérieure, sur une fronde de *L. flexicaulis*, plusieurs cas peuvent se présenter : 1° l'empois se colore presque aussitôt en bleu noir sur une grande étendue, là où l'amidon a coulé de lui-même; 2° l'empois se colore de la même façon, mais en des points très limités; 3° l'empois n'offre à l'œil nu aucune coloration. Dans ce dernier cas, le seul fait de frotter la fronde légèrement avec le doigt, dans la partie mouillée d'empois, suffit pour faire apparaître une coloration bleue au point touché. La même action exercée avec une baguette de verre à bout arrondi peut produire le même résultat, mais est nettement moins efficace que le contact du doigt ou d'une partie quelconque de la main.

Nous avons encore fait l'essai d'un autre genre d'action mécanique. Lorsque la base d'une lame de *L. flexicaulis* a été mouillée d'empois versé à sa surface et qui s'est étalé de lui-même sur une certaine étendue et qu'aucune coloration ne s'est produite, si l'on exerce une forte traction sur ce pied de Laminaire en tenant l'extrémité des frondes dans les mains et en cherchant à provoquer une rupture, on ne tarde pas à voir l'empois se colorer, même pour une traction n'allant pas jusqu'à la rupture du stipe. L'empois s'est donc coloré dans une région qui n'avait pas subi de contact, mais qui avait supporté seulement un effet d'étirement.

Il apparaît donc, à la suite de ces expériences, que les Laminaires vivantes, dans les conditions naturelles, présentent une sensibilité très grande à diverses actions extérieures. Cette sensibilité est telle qu'il faut envisager les alternatives d'émersion et d'immersion, les variations de température et le choc des vagues comme capables de provoquer de l'iodovolatilisation ou de faire varier son intensité.

Les algues coupées, rapportées au laboratoire, tout en restant bien vivantes, perdent assez vite la propriété de réagir aussi facilement; il faut alors une blessure entamant l'épiderme, ou une forte pression déterminant une sortie de liquide au dehors, pour provoquer une émission d'iode au voisinage immédiat de la région traumatisée.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Un nouvel exemple du rôle important des Bactéries en phytopathologie.* Note de M. **G. Nicolas** et M[lle] **Aggéry**, présentée par M. Molliard.

Les études que nous poursuivons depuis quelques années et dont nous avons signalé ici les principaux résultats ([1]) nous convainquent chaque jour davantage du rôle très important que les bactéries jouent en phytopathologie. Tout récemment encore ([2]), nous signalions leur intervention en même temps qu'un champignon, *Phyllosticta Daphniphylli* Nicol. et Agg. et, depuis, nous nous sommes rendu compte que les bactéries, qui avaient envahi le *Daphniphyllum* vraisemblablement à la faveur du champignon, l'avaient distancé et provoquaient actuellement chez cet arbuste des dégâts considérables (feuilles rabougries, déformées, à teinte générale jaunâtre, marbrées de taches blanchâtres), beaucoup plus graves que ceux occasionnés par *Phyllosticta* au moment où nous l'avons décrit (1928).

Cherchant à expliquer l'aspect souffreteux d'un *Fatsia japonica* Decne. et Planch. (*Aralia japonica* Thunb., *Aralia Sieboldii* Hort.) du Jardin botanique dont les feuilles portaient des taches de dimensions variables, desséchées, au niveau desquelles les folioles se déchiraient, nous avons observé sur ces taches, faisant saillie à la face supérieure des feuilles, des pycnides aplaties ($195 \times 100 - 120^{\mu}$), produisant des spores blanches, unicellulaires, arrondies à leurs extrémités, cylindriques, quelquefois légèrement arquées et contenant deux gouttelettes; leurs dimensions sont : $8 - 10,4 \times 2^{\mu},6$. Le parasite qui occasionne ces taches diffère de *Phyllosticta Araliæ* Ell. et Ev. (*Ph. Everhartii* Sacc. et Sydow) sur *Aralia spinosa* en Virginie et de *Ph. Araliæ* Sacc. et Berl. sur un *Aralia*, en Algérie; il a tous les caractères de *Phyllosticta hedericola* Dur. et Mont., notamment la courbure en arc des spores signalée dans *Kryptogamen Flora* de Rabenhorst I, V, p. 46; nous ne voyons pas du tout la nécessité de le rapporter à la variété *Araliæ* de *Ph. hedericola* établie par P. Brunaud d'après un *Phyllosticta* observé à Rochefort sur *Aralia Sieboldii;* les hôtes seuls sont différents : *Hedera Helix* pour *Ph. hedericola* et *Aralia Sieboldii* pour la variété

([1]) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 1693; **189**, 1929, p. 946, et **190**, 1930, p. 1446.

([2]) Nouvelles observations sur *Phyllosticta Daphniphylli* et aggravation de son action par des bactéries (*Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1376).

Araliæ. Ce sont des caractères sans valeur et la variété *Araliæ* devrait disparaître.

L'*Aralia* du Japon ainsi tacheté par *Phyllosticta* est sérieusement malade; ses feuilles ont une teinte générale jaunâtre; les plus jeunes, uniformément jaunes, sont relativement petites, à la fois comme limbe et comme pétiole, rassemblées en bouquet au sommet de la tige; les dernières sont mal formées. La plante n'a pas encore fructifié, malgré son âge, alors que d'autres *Aralia*, croissant en pleine terre dans les jardins de Toulouse, sont remarquables par le développement et la teinte vert foncé de leurs feuilles et les belles ombelles terminales de baies encore vertes. En outre, sur les feuilles complètement développées, jaunâtres, beaucoup plus épaisses d'ailleurs que la normale, apparaissent des plaques blanchâtres, mal délimitées. En somme, cet *Aralia* est atteint d'une affection généralisée, que ne saurait expliquer les quelques taches de *Phyllosticta* qui sont sur ses feuilles et auquel un mycologue n'aurait probablement pas hésité à attribuer la maladie. *Ph. hedericola* se borne, comme d'ailleurs tous les *Phyllosticta*, à produire des désordres localisés, des taches qui se dessèchent, provoquent la déchirure du limbe et nuisent surtout à l'esthétique de l'arbuste. L'état général de souffrance est dû à des bactéries qui pullulent dans toute la feuille, principalement dans les plages blanchâtres où elles détruisent la chlorophylle à la base du pétiole et dans la tige. Étant donnée la rareté de *Ph. hedericola*, que nous n'avons observé que sur l'*Aralia* du Jardin botanique et sur quelques autres présentant les mêmes symptômes, on peut admettre que ce parasite envahit les *Aralia* déjà contaminés par les bactéries en pénétrant dans les régions décolorées des feuilles; il serait, si l'on veut, un parasite de faiblesse. Les bactéries sont le premier et le principal coupable.

Fatsia Japonica nous offre un exemple analogue à celui de *Daphniphyllum glaucescens*, avec cette différence que, dans le premier cas, les bactéries pénètrent directement dans la plante, tandis que, dans le deuxième, elles envahissent l'arbuste par les chancres produits par *Phyllosticta* ou par les cicatrices foliaires. On devrait observer d'autres exemples du même genre, notamment chez des arbustes d'origine exotique, qui, bien que capables de vivre et de se développer sous notre climat, ne sont pas dans leur milieu naturel et offrent une résistance très diminuée aux bactéries qui les entourent; c'est, à notre avis, de cette manière qu'il faut envisager l'infection bactérienne chez les végétaux et l'on peut même se demander s'il existe réellement des bactéries qui leur soient spéciales. Du fait que, dans

les deux exemples précédents, les bactéries jouent un rôle plus important que *Phyllosticta*, il ne faudrait pas conclure que ce champignon est toujours sous la dépendance des premières; il est de nombreux cas où il existe seul, il n'entraîne alors que des désordres localisés et traduit sa présence d'abord par le rougissement puis par la dessiccation des régions où le mycélium se trouve, sans provoquer le jaunissement par plaques; mais, toutes les fois que le feuillage présente une teinte vert jaunâtre homogène ou formant une sorte de mosaïque, l'observateur devra songer à l'intervention de bactéries. Il est fortement question depuis quelque temps de rattacher certaines maladies à virus à la catégorie des maladies bactériennes; les observations que nous avons eu l'occasion de faire en juin-juillet 1930 sur certains cas de dégénérescence de la Pomme de terre, et que nous nous proposons de répéter cette année, confirmeraient cette manière de voir.

Nous n'avons pas cru utile d'indiquer ici les caractères des bactéries de *Fatsia*, ayant en vue simplement d'attirer une fois de plus l'attention sur l'importance de ces organismes en pathologie végétale.

CHIMIE AGRICOLE. — *La fixité de la composition des végétaux, d'après Liebig, et la betterave à sucre née de sélections.* Note de M. **Émile Saillard**, déposée par M. P. Viala.

La théorie de la nutrition minérale des plantes a conduit Liebig à la théorie de la fixité de composition des végétaux (*La Chimie organique dans ses rapports avec l'agriculture et la physiologie*, 1837).

En s'aidant des données de Liebig et des résultats publiés par L. Walkhoff en 1874 [1], puis rassemblés par Geschwind et Sellier en 1902 [2], on est allé plus loin dans la chimie sucrière française. On a admis que la betterave entière a toujours besoin des mêmes quantités d'acide phosphorique et de matières minérales pour élaborer 100^{kg} de sucre de la racine ou 100^{kg} de matière sèche et l'on représentait la betterave à 9 ou 10 pour 100 de sucre comme contenant dans la plante entière :

---

(1) Walkhoff, *Traité complet de fabrication et raffinage du sucre de betteraves*, 2e édition française, 1, 1874, p. 43.

(2) Geschwind et Sellier, *La Betterave agricole et industrielle*, 1902, p. 300.

Matière sèche pour 100 de sucre 203kg

Matières minérales pour 100 de sucre.................... 14kg,3

dont :

K^2O	5,50	P^2O^5	1,20
Na^2O	1,50	SO^2	0,65
MgO	1,24	Cl	1,53
CaO	1,50	Si	0,38
Total des bases...	9,74	divers	0,80
P^2O^5	1,20	Total des acides minéraux	3,36
Bases + P^2O^5	10,94		

Total général : 14kg,30, dont 9,74 pour la somme absolue des bases et 10,94 pour la somme des bases et de l'acide phosphorique.

On ne voyait de différence que dans la répartition de la matière sèche et des principes minéraux entre la racine et les feuilles, les betteraves à forte teneur en sucre ayant un feuillage plus abondant.

La betterave à sucre née de sélections a-t-elle cette fixité de composition indiquée par Liebig pour les végétaux en général, ou cette constance de besoins en acide phosphorique et en principes minéraux pour élaborer 100kg de sucre ou 100kg de matière sèche, qui a été souvent admise depuis 1874 dans la chimie sucrière française?

En 1837, date de la publication du Mémoire de Liebig, on ne pratiquait pas encore les méthodes de sélection généalogiques. Celles-ci ont été indiquées par Louis de Vilmorin en 1856 (1). D'autre part il y a maintenant des variétés à 17, 18, 20 et même plus de 20 pour 100 de sucre et ce résultat a été obtenu par l'emploi des méthodes de sélection.

Au cours des 30 dernières années, nous avons fait de nombreux essais sur les engrais à betteraves et des essais culturaux comparatifs annuels sur une trentaine de variétés de betteraves françaises et étrangères.

Nous avons eu ainsi l'occasion de faire de nombreuses pesées et de nombreuses analyses de racines et de feuilles.

Avec les résultats obtenus, j'ai dressé le tableau suivant qui indique les principes contenus dans la plante entière par 100kg de sucre contenus dans la racine. J'ai admis que la différence entre le total des bases minérales et le total des acides minéraux (le tout exprimé en potasse) représente les acides organiques exprimés en potasse K^2O.

(1) Voir *Comptes rendus*, 43, 1856, p. 871.

Principes contenus dans la plante entière pour 100 de sucre.

	Betteraves à 9 ou 10 % de sucre		Betteraves à 15,5 ou 17 % de sucre		Betteraves à 17 ou 18,5 % de sucre		Betteraves à 18,5 ou 20 % de sucre	
		exprimé en K^2O.		exprimé en K^2O.		exprimé en K^2O.		exprimé en K^2O.
K^2O	5,50	5,50	3,75	3,75	1,98	1,98	2,31	2,31
Na^2O	1,50	2,28	2,05	3,09	1,60	2,42	1,13	1,71
CaO	1,50	2,50	0,75	1,25	1,25	2,09	0,90	1,50
MgO	1,24	2,91	0,46	1,08	0,51	1,20	0,52	1,22
Total des bases	9,74	13,19	7,01	9,17	5,34	7,69	4,86	6,74
P^2O^5	1,20	2,40	0,98	2,21	0,63	1,42	0,80	1,81
Bases + P^2O^5	10,94	15,59	7,99	11,38	5,97	9,11	5,66	8,55
SO^3	0,65	0,76	0,70	0,82	0,55	0,64	0,66	0,77
Cl	1,50	2	0,97	1,28	0,96	1,27	0,44	0,58
Divers	0,80	—	—	—	—	—	—	—
Total des acides	2,95	5,16	2,65	4,31	2,14	3,33	1,90	3,16
Bases combinées aux acides organiques		8,03		4,86		4,36		3,58
Matière sèche		203 kg		196 kg		188 kg		185 kg
Matière sèche élaborée par 1 kg de bases (exprimées en K^2O)	—	15 kg	—	21 kg	—	24 kg	—	27 kg

Conclusions. — 1° La quantité de bases minérales (quantités absolues ou quantités équivalentaires) contenue dans la plante entière par 100^{kg} de sucre de la racine ou par 100^{kg} de matière sèche n'est pas une constante ; elle diminue en moyenne à mesure qu'augmente la richesse saccharine des racines ;

2° La quantité d'acide phosphorique contenue dans la plante entière par 100^{kg} de sucre n'est pas une constante ;

3° Les quantités de bases combinées à des acides organiques et rapportées à 100^{kg} de sucre diminuent quand la richesse des betteraves augmente.

L'accroissement de la richesse saccharine par la sélection a donc eu pour résultat de diminuer les exigences minérales de la betterave pour élaborer 100^{kg} de sucre ou 100^{kg} de matière sèche.

Les chiffres qui figurent dans le tableau ci-dessus sont des moyennes de plusieurs essais. Ils ne créent pas une loi mathématique. Le sucre et la

matière sèche élaborés par kilogramme de bases (exprimées en K^2O) varient avec les variétés, avec les individus d'une même variété, avec les conditions de fumure, de culture. Toutes les influences qui agissent sur la variabilité des individus agissent aussi sur la variabilité des exigences de la betterave à sucre.

La betterave à sucre, née de sélections, n'a donc pas la fixité de composition indiquée par Liebig. La vérité est que les variétés sucrières prennent dans le sol moins de principes minéraux pour élaborer 100^{kg} de sucre que les variétés demi-sucrières.

ZOOLOGIE. — *Sur l'existence de la parthénogenèse chez une espèce de Copépodes* (Elaphoïdella bidens). Note [1] de M. **Jean Roy**, présentée par M. M. Caullery.

La parthénogenèse était inconnue jusqu'à présent dans le groupe des Copépodes. P.-A. Chappuis [2] avait cependant constaté la *spanandrie* (disette de mâles) dans les espèces du genre *Elaphoïdella*. Il remarquait en particulier que les mâles de *E. Grandidieri* (de G. et Rich.) et de *E. bidens* (Schmeil) n'étaient pas connus.

Le 10 novembre 1928, j'observai, dans un étang situé à la limite de la Sarthe et du Maine-et-Loire (Étang-Neuf, près de la Flèche), 25 exemplaires ♀ de *Elaphoïdella bidens* (Schmeil). Cette espèce ne manque pas d'intérêt : outre deux variétés tropicales et subtropicales, *E. bidens coronata* (Sars) et *E. bidens subtropica* (Kiefer), cet Harpacticide, décrit par Schmeil, présente sa forme typique en quelques stations d'Europe : lac de Plön en Allemagne (Schmeil); Kew-Garden en Angleterre (Scourfield); Posnanie (Lucks); Lac Daumesnil, près de Paris (Jakubisiak). L'étang précité est donc la cinquième station européenne de ce Copépode.

Des pêches ultérieures furent faites : le 15 décembre 1928 sont observées 10 ♀; le 10 janvier 1929, on en trouve quatre et le 14 février 1929 une seule.

Il est remarquable que, ni au cours des années précédentes, non plus que

---

(1) Séance du 16 février 1931.

(2) P.-A. Chappuis. *Mikrofauna von British-Indien* (*Records of the Indian Museum*, 30, 1928, p. 384).

postérieurement au 14 février 1929, je n'aie pu déceler la présence de cette curieuse espèce en un point particulièrement étudié.

Dès le 10 novembre 1928 fut commencée la mise en culture de 5 sacs ovigères contenant chacun de 9 à 13 œufs.

Chaque sac était soigneusement isolé dans une cellule humide contenant un peu d'eau distillée. En tout, 54 œufs se trouvaient mis en expérience. Au bout d'environ 5 jours, je pouvais isoler à leur tour 30 Nauplius, chacun dans une « cellule » spéciale. L'eau était renouvelée tous les deux jours avec un compte-gouttes flambé, après avoir été aérée, et la nourriture consistait en un mélange de débris organiques préalablement bouillis et de petites algues vertes cultivées soigneusement à part ([1]).

Les Nauplius présentèrent 5 stades successifs, et, au bout de 12 à 15 jours, 8 ♀ *adultes ovigères étaient obtenues* (26 au 27 novembre 1928).

Aucune fécondation n'avait été possible, *nul mâle* n'étant apparu dans les cultures.

Deuxième génération : 40 Nauplius (issus de 8 ♀) donnent en 17 à 20 jours 9 adultes ♀ ovigères (20 au 23 décembre 1928).

Troisième génération : 10 Nauplius (issus de 3 ♀) donnent 2 ♀ ovigères (14 et 15 janvier 1929).

Quatrième génération : 8 Nauplius (issus de 2 ♀) donnent en 15 jours 3 ♀ ovigères (2 au 5 février 1929).

Cinquième génération : 15 Nauplius (issus de 3 ♀) donnent en 17 jours 7 ♀ ovigères (24 au 27 février 1929). C'est le plus fort pourcentage d'adultes obtenu, mais les œufs de cette cinquième génération ne se développèrent pas. Abandonnés à eux-mêmes ou soumis à des expériences diverses (dessiccation, etc.), ils demeurèrent inertes et se désagrégèrent au bout de deux semaines.

Pour conclure : le développement complet de 29 femelles réparties sur 5 générations successives et obtenues en l'absence de tout mâle, démontre la parthénogenèse; les mâles, s'ils existent, sont d'une extrême rareté et n'ont *pas encore été observés*. La forte mortalité des embryons ou des larves (71,8 pour 100) s'explique en partie par les conditions spéciales de l'expérience poursuivie à la température du laboratoire. D'ailleurs, même dans la nature, le nombre d'adultes est assez restreint.

Enfin, en janvier 1929, la mise en culture de boues recueillies sur des

---

([1]) A la troisième et à la quatrième génération, j'essayai du jaune d'œuf et des Protozoaires; la mortalité ne fut pas plus faible.

pattes de Râles (*Rallus aquaticus* L.) et de Poules d'eau (*Gallinula chloropus* L.) a donné 7 Nauplius d'*Elaphoïdella bidens* (Schm.), dont 2 fournirent des ♀ adultes. Ce mode de transport contribue à expliquer les apparitions brusques de l'espèce et sa distribution géographique curieuse en stations sporadiques.

PHYSIOLOGIE. — *Modifications de la chronaxie dans le rachitisme expérimental du Rat.* Note de MM. **Georges Morin** et **Jean Boucomont**, présentée par M. F. Mesnil.

L'existence de lésions musculaires dans le rachitisme, signalée par certains auteurs, a été infirmée par d'autres. Nous avons supposé que l'étude de la chronaxie dans le rachitisme expérimental, facilement réalisable chez le rat blanc, pouvait contribuer à éclaircir cette question.

Neuf jeunes rats, pesant de 30 à 35^{g}, ont été soumis au régime 85 de Pappenheimer et maintenus à l'obscurité pendant 16 jours pour les rats II et III, pendant 17 jours pour les rats VI, VII, VIII, IX; pendant 21 jours pours les rats I, IV, V. Les animaux soumis à un tel régime présentent dès le quatorzième jour des lésions rachitiques typiques des épiphyses qu'il est facile de contrôler par simple examen, à la loupe binoculaire, des articulations du genou.

Huit autres rats (B, C, D, etc.), nourris normalement et provenant autant que possible des mêmes portées que les animaux correspondants soumis au régime de Pappenheimer, ont servi de témoins.

Lors des mesures, le poids des rats rachitiques était compris entre 40 et 55^{g}, celui des témoins entre 45 et 65^{g}.

Sur ces deux séries d'animaux, nous avons mesuré la chronaxie du biceps crural, après anesthésie par une injection sous-cutanée de $\frac{1}{8}$ de centimètre cube le plus souvent de somnifène Roche; des doses plus faibles furent parfois employées; mais dans tous les cas, les doses injectées et nécessaires pour obtenir une résolution musculaire suffisante ont été mortelles au bout de 4 à 5 heures. Des différences notables de sensibilité à ce toxique ont été observées aussi bien dans la série des témoins que dans l'autre. L'animal étant anesthésié, une étroite boutonnière est taillée dans la peau sur la face interne de la cuisse, dans la région du point moteur; un fil d'argent constituant la cathode, engagé dans cette boutonnière, est placé par tâtonnement

au contact du point moteur. L'anode, également constituée par un fil d'argent, est introduite dans le rectum. La chronaxie a été établie par la méthode des condensateurs (résistance du circuit de décharge : 10000 ohms).

Des mesures se succédant toutes les 3 à 5 minutes à partir du moment où l'animal s'est endormi ont montré que les valeurs de la rhéobase et de la chronaxie variaient pendant une première période assez longue pouvant comprendre toute la première heure suivant l'injection de somnifène ; généralement la chronaxie décroît progressivement, mais irrégulièrement, pendant cette phase. Puis, lorsque l'anesthésie est profonde, la chronaxie se stabilise à une certaine valeur très stable, qui reste la même pendant longtemps et jusqu'à la mort de l'animal ; la rhéobase elle-même demeure pratiquement constante. Le chiffre stable trouvé pendant la période d'anesthésie complète a seul été retenu et considéré comme exprimant la valeur de la chronaxie.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

Témoins.				Rachitiques.			
Poids.	N°.	Chronaxie (σ).	Chronaxie moyenne (σ).	Poids.	N°.	Chronaxie. (σ).	Chronaxie. moyenne (σ)
45g	B....	0,06	0,06	40g	VII.....	0,08	0,08
55	C....	0,06	0,06	45	I.......	0,13	0,13
	E....	0,06			II......	0,14	
	I....	0,06			III.....	0,11	
					IV.....	0,15	
60	D....	0,08	0,07		VIII....	0,11	
	G....	0,06					
				50	VI.....	0.26	0.23
65	F....	0,08	0,085		IX.....	0,20	
	H....	0,09					
				55	V......	0,26	0,26

Il résulte des chiffres consignés dans ce tableau :

1° Que dans chaque série, la chronaxie augmente en fonction du poids, de 0,06 à 0,085 chez les témoins, de 0,08 à 0,26 chez les rats rachitiques ; l'augmentation de la chronaxie est sensiblement plus prononcée chez les rachitiques ;

2° Pour des animaux appartenant à des séries différentes, mais de poids correspondants, un écart de poids de 5 à 10g séparant les rachitiques des témoins provenant d'une même portée, la chronaxie des rachitiques est

toujours plus grande que celle des témoins; les seules mêmes valeurs trouvées à la fois dans les deux séries concernent le plus petit rat rachitique (VII) d'une part, et les témoins les plus gros (D, F, H) d'autre part. En moyenne la chronaxie des rats rachitiques est le double ou le triple de celle des témoins;

3° Chez les rats rachitiques, il n'y a pas de relation de proportionnalité entre la longueur pendant laquelle les animaux ont été soumis au régime rachitigène et l'augmentation de la chronaxie.

En conclusion ces expériences concordantes chez près d'une vingtaine d'animaux montrent une augmentation constante et relativement peu marquée de la chronaxie dans le rachitisme expérimental. Quant à l'interprétation de ce fait, le peu d'amplitude de l'augmentation de chronaxie enregistrée conduit à supposer qu'il s'agit d'une modification « par répercussion » de ce test d'excitabilité, analogue à celles qu'a décrites Bourguignon dans les atrophies musculaires réflexes, secondaires à des lésions tendineuses et ostéo-articulaires.

A la suite de cette Communication, M. **Louis Lapicque** présente les observations suivantes :

Je puis apporter une confirmation des intéressants résultats annoncés par MM. G. Morin et J. Boucomont. Pendant la guerre, au moment où j'étudiais la valeur alimentaire des farines à différents taux d'extraction, j'ai eu, parmi d'autres manifestations pathologiques, l'occasion d'observer des troubles moteurs chez les souris alimentées exclusivement au pain blanc. Quelques mesures d'excitabilité effectuées par Mme Lapicque et Mlle C. Veil ont donné des augmentations de chronaxie de l'ordre de celle qu'on vient de nous signaler.

Nous n'avons pas poursuivi l'étude de ce point et nous n'avons même, autant que je me rappelle, rien publié là-dessus. Ceci n'est donc nullement une réclamation de priorité. C'est, comme je le disais, une confirmation. C'est aussi le rappel d'un fait hygiéniquement important sur lequel on maintient un silence systématique, à savoir que la farine blanche est une alimentation carencée, pouvant donner, quand il n'y a pas d'addition d'autres aliments, tous les accidents du rachitisme.

SÉROLOGIE. — *Dissociation du complexe anatoxine-antitoxine diphtérique et récupération de l'anatoxine.* Note de MM. **G. Ramon**, **R. Legroux** et **M. Schoen**, présentée par M. Roux.

Peu après avoir mis en évidence le phénomène de floculation dans les mélanges de toxine et de sérum antidiphtérique, l'un de nous faisait connaître ici même ([1]) que le complexe toxine-antitoxine contenu dans le floculat peut être dissocié et l'antitoxine en grande partie récupérée : le floculat issu du mélange de toxine diphtérique et de sérum spécifique étant dissous dans l'eau distillée légèrement acidulée, puis chauffé à 60°, la toxine qu'il renferme est presque complètement détruite à cette température, par contre l'antitoxine non altérée recouvre son activité.

Il a été établi, par ailleurs, que l'anatoxine, dérivée de la toxine, conserve certaines propriétés de cette dernière, en particulier le pouvoir de floculer par mélange avec l'antitoxine spécifique; elle possède en outre des qualités qui lui sont propres ; elle résiste à la température de 80°. Nous avons cherché à tirer parti de cette résistance à la chaleur pour essayer de récupérer l'anatoxine du floculat anatoxine + antitoxine. Dans ce but, nous avons institué un certain nombre d'expériences dont voici le type.

Préparons, dans les pots d'un centrifugeur, un mélange composé par exemple de 400^{cm^3} d'un échantillon d'anatoxine titrant 14 unités au centicube, et d'une quantité de sérum antidiphtérique égale ou très légèrement inférieure à celle qui doit provoquer la floculation « initiale », soit 7^{cm^3} d'un sérum titrant 750 unités antitoxiques. Agitons pour bien mélanger, puis laissons au repos. Lorsque la floculation est nettement perceptible, opérons la centrifugation. Le floculat obtenu est lavé à l'eau physiologique, centrifugé à nouveau; après élimination de l'eau de lavage, il est additionné d'eau distillée ([2]) de pH 6 ou pH 6,5 dans laquelle il va se dissoudre lentement à la température ordinaire. Chauffons cette solution au bain-marie à 82° pendant 20 minutes; après chauffage, elle est parfaitement limpide.

Qu'est devenu le complexe anatoxine-antitoxine à la suite de ce traite-

([1]) *Comptes rendus*, **160**, 1923, p. 267.

([2]) Dans nos essais, nous ajoutons un volume d'eau distillée correspondant au quart du volume du mélange anatoxine-sérum, mais on peut utiliser un volume beaucoup plus faible.

ment ? Nous avons pour nous en rendre compte plusieurs moyens à notre disposition.

Mélangeons parties égales d'une anatoxine récemment préparée titrant 14 unités et de la solution du floculat anatoxine-antitoxine traitée comme il vient d'être dit. Répartissons ce mélange dans des tubes à raison de 2^{cm^3} par tube. Ajoutons dans ces tubes des quantités décroissantes d'un sérum antidiphtérique de valeur connue. Au bout d'un temps variable, nous constatons dans l'un des tubes l'apparition d'une floculation qui nous indique pour le mélange anatoxine-solution de floculat chauffé, un titre de 24 unités. Tout se passe comme si à l'anatoxine d'une valeur de 14 unités nous avions ajouté parties égales d'une anatoxine titrant 34 unités. Il semble déjà d'après cette première expérience que notre solution de floculat ne soit autre chose qu'une anatoxine concentrée. Nous en avons une preuve directe en mettant, dans une autre expérience, la solution de floculat en présence de sérum antidiphtérique. Nous obtenons une floculation qui indique bien, pour cette solution, une valeur de 34 unités.

On sait que l'anatoxine, ajoutée à un mélange neutre (LO) de sérum antidiphtérique et de toxine, prend la place de celle-ci auprès de l'antitoxine, si bien que le mélange primitivement neutre devient toxique pour l'animal d'expériences. A une série de mélanges LO, préparés depuis un quart d'heure, ajoutons des doses variables 1^{cm^3}, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de notre solution de floculat chauffée, puis après 20 minutes de contact injectons ces différents mélanges à des cobayes. Nous constatons que ceux-ci meurent, au bout de quelques jours, d'intoxication diphtérique. La solution de floculat se comporte, ici encore, de même façon qu'une anatoxine active.

Nous pourrions en outre montrer que la solution de floculat chauffée, injectée à des cobayes, est capable d'immuniser ces animaux dans les mêmes conditions qu'une dose équivalente d'anatoxine ordinaire.

D'après ces expériences, la solution du floculat anatoxine-antitoxine, préparée dans les conditions indiquées et chauffée à 82°, s'identifie donc pleinement par ses propriétés avec l'anatoxine telle qu'elle est produite à partir de la toxine.

Par la même méthode qui permet de réaliser la dissociation du complexe toxine-antitoxine et la récupération de l'anticorps, nous avons donc pu dissocier le complexe anatoxine-antitoxine et récupérer, cette fois, l'antigène, ceci grâce à certaines propriétés spéciales à l'anatoxine, bien mises

en évidence ici. Ainsi se trouve affirmée, une fois de plus, l'existence propre de ce dérivé nouveau de la toxine auquel a été donné le nom d'anatoxine.

MICROBIOLOGIE AGRICOLE. — *Sur les fermentations dans un milieu hétérogène et discontinu.* Note de MM. **A. Demolon** et **G. Barbier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les milieux de culture utilisés en bactériologie sont presque toujours homogènes et continus. Le sol, dont la structure est lacunaire, représente au contraire un milieu hétérogène et discontinu. Nous avons cherché dans quelle mesure cette particularité affecte l'allure des phénomènes microbiens dont il est le siège.

Technique. — Nous avons utilisé une terre à briques et un sable quartzeux, tous deux passant au tamis n° 100. Ces supports ont été introduits dans des tubes en quantité convenable pour occuper toujours la même hauteur ($6^{cm},5$), et imprégnés d'une solution nutritive appropriée. La terre a été mise dans le tube à l'état sec, puis imbibée par le fond; on a obtenu ainsi une répartition verticale de l'humidité sensiblement uniforme après 1 ou 2 jours. Après stérilisation, on a ensemencé au fond des tubes par une tubulure latérale. Après incubation, le contenu a été divisé en trois tranches égales et l'on a dosé dans chacune d'elles la quantité restante de substance fermentescible. On a suivi en même temps la migration des germes.

I. *Cas d'un microorganisme non mobile.* — Nous avons expérimenté avec une levure alcoolique; les supports solides étaient imprégnés d'une solution de maltopeptone saccharosée à 10 pour 100, employée en quantité variable. Nous avons vérifié que la terre ne possédait aucune action inhibitrice vis-à-vis du développement de la levure.

Nature du milieu......		Sable.			Terre.				Milieu liquide.
Humidité moyenne %.		8.	8.	17,5.	17.	21,5.	21,5.	24.	-
Sucre disparu après...		4 jours.	8 jours.	8 jours.	4 jours.	4 jours.	8 jours.	4 jours.	4 jours.
Pour cent de sucre introduit	dessus..	–	74	97	0	0	0	0	98,5
	milieu..	75	82	96,5	4	8,5	12	10	
	fond...	87,5	92	99	32	48	55	67	

Pour des taux d'humidité voisins, la fermentation du sucre se propage beaucoup plus rapidement dans le sable que dans la terre; dans les deux cas, elle est favorisée par l'accroissement du taux d'humidité. Or, la levure

est toujours restée localisée à moins de 1^{cm} du point d'ensemencement. La disparition du sucre dans la partie non envahie par la levure n'est donc due qu'à la diffusion.

Dans le sable, même pour une très faible humidité, qu'on sait suffisante toutefois pour assurer la continuité des pellicules liquides, la diffusion est rapide; dans ces conditions, ce milieu s'éloigne peu d'un milieu liquide. Nous avons constaté que la diffusion s'opère au moins aussi facilement dans le sable à 8 pour 100 d'humidité que dans un milieu gélosé à 1,5 pour 100. Il en va tout différemment dans le cas de la terre, même lorsque la fermentation a été active au contact immédiat de la levure.

II. *Cas d'un microorganisme mobile : a. Migration d'un* Bacterium coli. — Dans le cas du sable, avec humidité de 6 pour 100 seulement, il a suffi de moins de 2 jours au microbe pour parcourir la totalité de la hauteur (6^{cm},5). Dans le cas de la terre, avec une humidité déjà élevée de 18 pour 100, la migration n'est que de 0^{cm},5 après 8 jours; pour 25 pour 100, elle n'est encore que de quelques centimètres.

b. Fermentation de l'urée dans la terre par un urobacille mobile. — On a utilisé une solution d'urée à 5 pour 100 :

Humidité pour 100.	17,0.				21,5.				Milieu liquide.
	Urée disparue pour 100			Migration	Urée disparue pour 100			Migration	Urée disparue
	dessus.	milieu.	fond.	des germes.	dessus.	milieu.	fond.	des germes.	pour 100.
Après 4 jours .	5	18	78,5		18	84	100	3^{cm},5	100
Après 8 jours .	11	50	100	$\leq 2^{cm}$	100	100	100	6^{cm},5	

Pour une humidité de 17 pour 100 l'action à distance est lente. Lorsqu'on passe de 17,0 à 21,5, on observe un accroissement marqué de la rapidité de migration du microbe et de la vitesse de propagation de la fermentation dans la masse.

En résumé, si, en milieu sableux, les phénomènes de diffusion et de migration sont aisés, dès une teneur de 6 à 8 pour 100 d'eau, il n'en est pas de même dans un milieu silico-argileux. Les taux d'humidité qu'on rencontre le plus souvent dans ces sols sont tels que les processus microbiens sont susceptibles d'y demeurer localisés et limités dans leur intensité. On peut voir là une explication de certains faits, tels que la distribution irrégulière des nitrates en des points voisins, l'influence activante de l'émiettement, l'échec de tentatives d'inoculation.

MÉDECINE VÉTÉRINAIRE. — *Recherches sur la vaccination contre la peste bovine; préparation de l'antigène par déshydratation de la pulpe splénique virulente.* Note de M. **H. Jacotot**, présentée par M. Roux.

On sait que l'addition de divers antiseptiques (glycérine, toluol, acide phénique, formol, chloroforme) aux émulsions de certaines pulpes organiques virulentes permet l'obtention de vaccins avirulents, en usage aujourd'hui contre plusieurs maladies à virus filtrables (peste bovine, fièvre aphteuse, maladie de Carré, peste aviaire, fièvre jaune) [1].

Or ces agents chimiques ne sont pas sans altérer plus ou moins les qualités antigènes des vaccins lorsqu'on les met en présence des tissus tout d'abord, et, dans la suite, au cours de la conservation du produit.

D'ailleurs les mêmes tissus pulpés et délayés dans de l'eau lorsque leur virulence a disparu perdent rapidement leur propriété vaccinantes.

Nous nous sommes proposé de rechercher si, par la dessiccation de la pulpe splénique virulente, il ne serait pas possible de préparer un antigène pestique doué tout à la fois d'activité et de stabilité.

Voici la technique établie et les résultats obtenus.

Préparation de l'antigène. — La rate, prélevée sur un veau sacrifié en pleine réaction thermique, est sommairement fragmentée puis passée au hache-viande; on tamise le hachis (tamis de laiton à mailles de 5/10 de millimètre, cuillère à bouche en fer étamé); la pulpe qu'on recueille sous le tamis est immédiatement desséchée, en couches minces, sous la cloche d'une pompe à vide (machine dite pompe à huile); la déshydratation totale demande un temps plus ou moins long suivant la quantité de matière employée; il faut, pour obtenir un antigène satisfaisant, opérer vite, mettre par exemple sous la cloche une quantité de pulpe telle que la dessiccation s'effectue en 4 heures.

Cette opération terminée, on pilonne rapidement la matière sèche et l'on répartit la poudre de rate ainsi obtenue dans des tubes bien secs qu'on remplit complètement et qu'on ferme. La perte d'eau subie par la substance splénique est approximativement des 4/5 de la masse de pulpe.

Pour l'usage, on verse l'antigène déshydraté dans 4 à 6 fois son poids d'eau stérilisée en l'y délayant progressivement; le produit obtenu est facilement injectable avec les seringues ordinairement employées pour le bétail.

---

[1] Certains auteurs considèrent ces antiseptiques comme indispensables à l'élaboration du pouvoir vaccinant des extraits organiques dont il s'agit.

Exemples de vaccination. — Antigène préparé de la manière indiquée, avec les rates des veaux 0-1 et 0-2 le 23 août 1930.

Premier essai. — Le 24 août quatre veaux AAR, AAS, AAT, AAU reçoivent respectivement sous la peau $0^{g},25$, $0^{g},50$, $0^{g},75$ et 1^{g} d'antigène sec. Quelques jours après AAR et AAT font la peste; les deux autres veaux ne présentent rien d'anormal; éprouvés un mois après par inoculation de 2^{cm^3} de sang virulent, ils résistent sans manifester aucun trouble.

Deuxième essai. — Le 3 septembre (onze jours après la dessiccation) le veau E-805 reçoit 1 gramme d'antigène sec par injection sous cutanée ; il ne présente aucun trouble ; éprouvé trois semaines après il résiste sans réagir d'aucune façon.

Troisième essai. — Le 2 octobre (cinq semaines après la préparation), trois veaux, ADO, ADP, ADQ, reçoivent respectivement $0^{gr},25$, $0^{gr},50$, $0^{gr},75$ d'antigène déshydraté ; aucun trouble ne survient chez ces veaux ; on les éprouve 15 jours après par injection de 1^{cm^3} de sang virulent ; le premier réagit violemment, le second fait une réaction thermique légère, progressive, sans manifestation cliniques, le troisième reste indemne.

Quatrième essai. — Le 3 novembre (neuf semaines après la préparation) deux veaux, AGJ et AGI, reçoivent respectivement $0^{gr},50$ et $0^{gr},75$ d'antigène déshydraté ; ils ne marquent aucun trouble ; on les éprouve 12 jours aprés par inoculation de 2^{cm^3} de sang virulent ; ils résistent sans aucun signe clinique, mais la courbe thermique du premier indique deux sautes de température de 1°, le sixième et le neuvième jour.

Nous avons effectué six expériences semblables et toutes nous ont donné des résultats concordants.

Nous avons essayé en outre de mélanger à l'antigène sec divers antiseptiques pulvérulents, et cela nous a permis de constater que certains au moins n'exercent pas d'influence fâcheuse sur les qualités de l'antigène ainsi présenté.

Enfin nous avons étudié comparativement, quant à leur pouvoir immunisant, l'antigène sec et le vaccin préparé par émulsion de la pulpe splénique selon les procédés en usage d'une part, et d'autre part, le même antigène splénique sec et les vaccins mixtes ordinaires (mélanges des pulpes splénique, pulmonaire, ganglionnaire, etc.). En ce qui concerne par exemple les préparations à base de pulpe de rate, les expériences comparatives effectuées au cours des essais de vaccination rapportés plus haut ont donné les résultats suivants : après deux mois de conservation à la température du milieu (30°), le vaccin formolé n'était actif qu'à une dose correspondant à 7^{g} de pulpe splénique brute, alors que la quantité d'antigène sec apte à donner l'immunité représentait moins de 3 grammes de la même pulpe brute.

Conclusions. — Lorsqu'on soumet la pulpe splènique des sujets atteints de

peste bovine à une déshydratation rapide et aussi complète que possible, on obtient, après pilonnage, une matière pulvérulente qui, dès qu'elle a perdu sa virulence, c'est-à-dire après quelques jours de conservation à la température de 20 à 30°, possède les quantités d'un bon antigène pestique.

En raison de son faible volume (au moins 30 fois inférieur à celui des émulsions vaccinales ordinaires à activité égale) cet antigène pourrait être utilisé en certaines circonstances comme vaccin, et d'autre part, sous cette forme, libre qu'il est de toute substance étrangère, il serait indiqué comme test dans l'étude des vaccins liquides préparés par addition d'antiseptique aux émulsions de pulpes organiques virulentes.

A 16h, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Minéralogie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *P. Termier* :

En première ligne	M. **Charles Jacob**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Paul Gaubert**, **Charles Mauguin**.
En troisième ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Léon Bertrand**, **Paul Lemoine**, **Emmanuel de Margerie**.

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de décembre 1930 (*suite et fin*).

Études sur la Greffe. Tome I : *Historique. Organisation et physiologie des végétaux susceptibles d'être greffés. Classification des greffes et des greffages. Matériel du greffeur.* Tome II : *Conditions de réussites. Structure du bourrelet. Variations de capacités fonctionnelles à la suite de la décapitation, du bouturage et du greffage. Structure et morphologie externe des symbiotes.* Tome III : *Variations de nutrition. Symbiomorphoses. Hybrides de greffe. Hérédité chez des symbiotes. Applications pratiques. Greffages actuellement réussis.* (Texte et planches), par Lucien Daniel. Rennes, Imprimerie Oberthur, 1930; 4 vol. 25cm.

Standard Time Zones of the United States and adjacent parts of Canada and Mexico. As of April 1, 1930. In *Miscellaneous Publication of National Bureau of Standards*, n° 111. Washington, 1930; 1 carte 76cm × 50cm.

Cours de l'École Polytechnique. *Cours de Physique.* Tome I : *Acoustique, électricité*, par A. Lafay. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 28cm,2. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

Mémorial du Service géographique de l'Armée faisant suite au Mémorial du Dépôt général de la guerre. Tome V : *La carte d'Algérie* 1830-1930. Paris. Imprimerie du Service géographique de l'Armée, 1930; 1 vol. 29cm,5.

La Parthénogenèse, par A. Vandel. In *Encyclopédie scientifique*, publiée sous la direction du Dr Toulouse. Paris, Gaston Doin et Cie, s. d.; 1 vol. 17cm,8.

Étude sur l'utilisation de l'énergie des marées en France, par Georges Moreau. Paris, Librairie Delagrave, 1931; 1 vol. 25cm,5.

Les isotopes et la matière vivante, par W. Vernadsky. In *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de l'U. R. S. S.*, s. l., 1926; 1 fasc. 25cm,8.

Radiations From Radioactive substances, par Ernest Rutherford, James Chadwick et C. D. Ellis. Cambridge, At the University Press, 1930; 1 vol. 23cm.

Ouvrages reçus pendant les séances de janvier 1931.

Tout le corps humain. Encyclopédie illustrée des connaissances médicales, publiée sous la direction du Dr Henri Bouquet. Tomes III et IV. Paris, Hachette, 1930; 2 vol. 31cm.

Mécanique des fluides, par Henri Villat. In *Cours de l'École nationale supérieure d'aéronautique.* Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 25cm,2.

Principes mathématiques de la théorie de la gravitation, par J. Le Roux. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1931; 1 vol. 25cm,3.

L'hérédité, par E. Guyénot. In *Encyclopédie scientifique*, publiée sous la direction du Dr Toulouse. Paris, Gaston Doin et Cie, 1930; 1 vol. 17cm,5. (Présenté par M. M. Caullery.)

Étude sur le système solaire. Nouvelle loi des distances des planètes et des satellites, par P. Reynaud. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1919; 1 vol. 25cm,3.

Tables annuelles de constantes et données numériques de chimie, de physique, de biologie et de technologie. Table des matières des volumes I à V. Années 1910 *à* 1922, rédigée par G. Kravtzoff. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1930; 1 vol. 27cm.

Introduction à la biologie expérimentale. Les êtres organisés. Activités, instincts, structures, par Paul Vignon. In *Encyclopédie biologique*. Tome VIII. Paris, Paul Lechevalier, 1930; 1 vol. 25cm,3. (Présenté par M. L. Bouvier.)

Le bassin houiller du sud-ouest de Madagascar, par J. Goursat. Extrait des *Annales des mines*, livraisons de juillet et d'août 1923. Paris, Dunod, 1929; 1 fasc. 23cm.

A Patria Açoreana, par Gervasio Lima. Angra do Heroismo, 1928; 1 vol. 26cm,3.

Mesures rapides de précision, par René Danger, s. l. s. d.; 1 fasc. 27cm. (Présenté par M. Perrier.)

Les derniers jours de Lamarck, sa mort, sa philosophie morale. Une importante application du lamarckisme à l'agriculture tropicale. (*Examen critique du lamarckisme*), par J. Costantin. In *Archives du Muséum d'histoire naturelle*. Extrait. Paris, Masson et Cie, 1930; 1 fasc. 32cm.

Les origines du système métrique, par Adrien Faure. Paris, Les Presses universitaires de France, 1931; 1 vol. 23cm.

Faune de France. Tome 21 : *Mollusques terrestres et fluviatiles*, par Louis Germain. Paris, Paul Lechevallier, 1930; 1 vol. 25cm, 3. (Présenté par M. L. Joubin.)

Conférence des Sociétés savantes, littéraires et artistiques du département de Seine-et-Oise. Neuvième session. Compte rendu des travaux. Gap. Imprimerie Louis Jean, 1930; 1 fasc. 25cm.